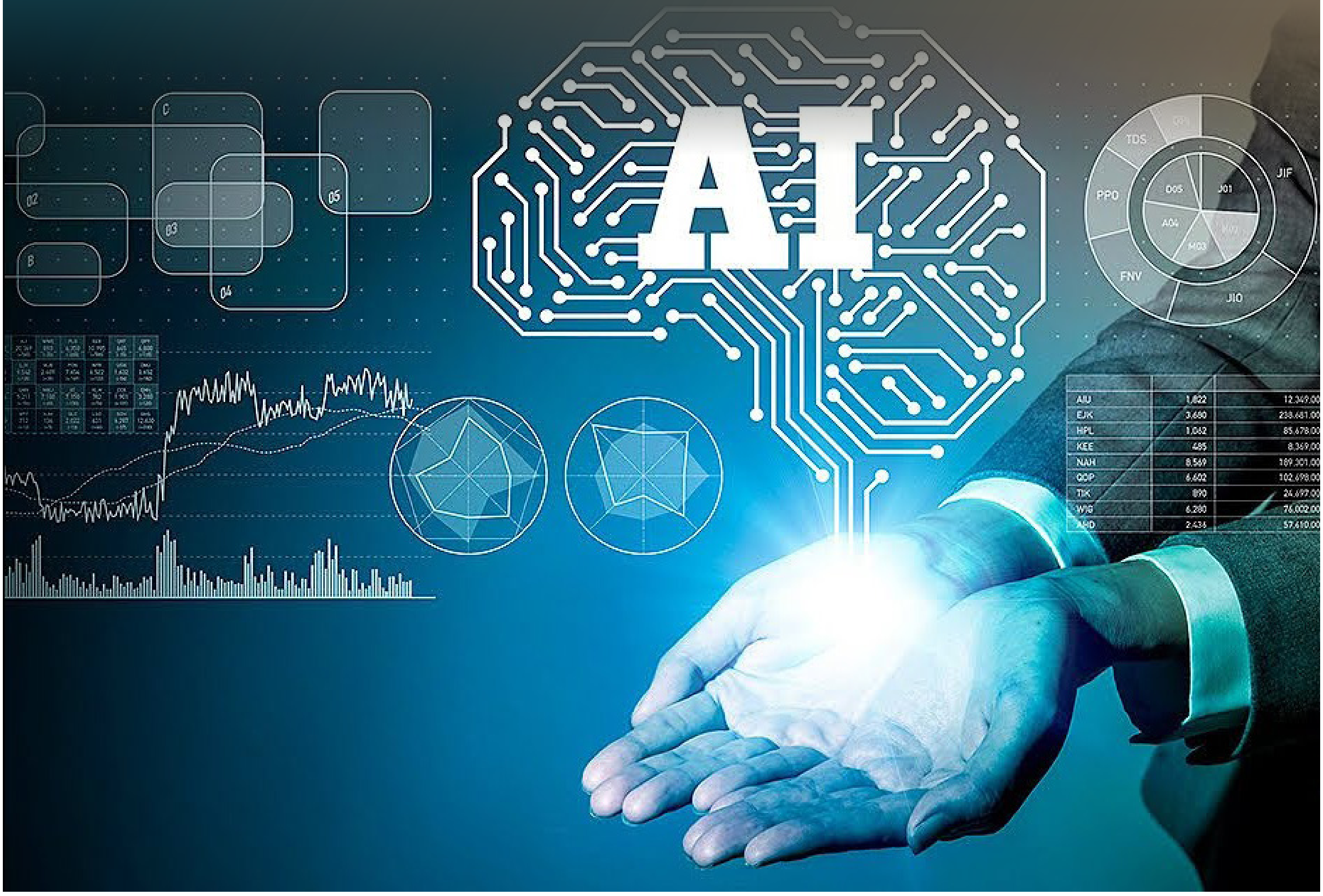
Хакимжон Насиридинович Зайнидинов[1]
Бунёд Рахимжонович Азимов[2]
Ғолиб Махамматякубович Нишонбоев[3]

МАШИНАЛИ ЎҚИТИШДА ҚЎЛЛАНИЛАДИГАН ПОЛИГАРМОНИК СПЛАЙНЛАР ТАҲЛИЛИ

АНАЛИЗ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИХ СПЛАЙНОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В МАШИННОМ ОБУЧЕНИИ

ANALYSIS OF POLYHARMONIC SPLINES USED IN MACHINE LEARNING



[1] т.ф.д., профессор. Сунъий интеллект кафедраси мудири, Тошкент ахборот технологиялари университети, Тошкент, Ўзбекистон. Почта: tet2001@rambler.ru. ORCID: 0000-0002-8098-5246

[2] PhD., Сунъий интеллект кафедраси доценти, Тошкент ахборот технологиялари университети, Тошкент, Ўзбекистон. Почта: bunyodbekazimov@mail.ru. ORCID: 0000-0002-6919-7505

[3] Рақамли технологиялар факультети декани, Алфраганус университети, Тошкент, Ўзбекистон. Почта: nishonboyev@gmail.com. ORCID: 0000-0003-0385-4784

Аннотация

Жахондаги олиб борилаётган илмий тадқиқотлардан кўришимиз мумкинки сунъий интеллект амаллари турли хил усуллар ёрдамида амалга оширилади, буларнинг ичида машинавий ўқитиш энг кенг тарқалган усул ҳисобланади. Бугунги кунда машинавий ўқитишни назоратли ўқитиш (supervised learning), назоратсиз ўқитиш (unsepervised learning), кучайтирилган ўқитиш (reinforcyement learning) тоифалари мавжуд. Машинали ўқитишда регрессия усулларидан чизиқли регрессия, кўп ўзгарувчили чизиқли регрессия ва полиномиал регрессия усуллари кенг қўлланилади. Ушбу мақолада машинали ўқитишда қўлланиладиган полигармоник сплайн моделларидан фойдаланилган. Дастлаб полиномли ва полином бўлмаган сплайнларни солиштириш амалга оширилган. Полигармоник сплайнларни интерполяциялаш жараёнларига мисоллар келтирилган. Полигармоник спайн билан интерполяция қилишнинг асосий афзаллиги ва камчиликлари келтириб ўтилган.

Аннотация

Из научных исследований, проводимых в мире, мы видим, что операции искусственного интеллекта осуществляются с использованием различных методов, среди которых наиболее распространенным является метод машинного обучения. Сегодня существуют категории машинного обучения: обучение с учителем, обучение без учителя и обучение с подкреплением. Линейная регрессия, многомерная линейная регрессия и полиномиальная регрессия — широко используемые методы регрессии в машинном обучении. В этой статье используются модели полигармонических сплайнов, используемые в машинном обучении. Сначала было проведено сравнение полиномиальных и неполиномиальных сплайнов. Приведены примеры процессов интерполяции полигармонических сплайнов. Представлены основные преимущества и недостатки полигармонической интерполяции пролетов.

Abstract

From scientific research conducted in the world, we can see that artificial intelligence operations are carried out using various methods, among which the most common is the machine learning method. Today, there are categories of machine learning: supervised learning, unsupervised learning, and reinforcement learning. Linear regression, multivariate linear regression, and polynomial regression are widely used regression methods in machine learning. This article uses polyharmonic spline models used in machine learning. First, a comparison was made between polynomial and nonpolynomial splines. Examples of processes of interpolation of polyharmonic splines are given. The main advantages and disadvantages of polyharmonic span interpolation are presented.

Калит сўзлар: *полигармоник сплайн, интерполяция, кубик сплайн, базис функциялар, радиал базис функция, полином.*

Ключевые слова: *полигармонический сплайн, интерполяция, кубический сплайн, базисные функции, радиальная базисная функция, многочлен.*

Key words: *polyharmonic spline, interpolation, cubic spline, basis functions, radial basis function, polynomial.*

Амалий математикада функцияни яқинлаштириш ва маълумотларни интерполяция қилиш учун полигармоник сплайнлар қўлланилади. Улар кўп ўлчамдаги тарқоқ маълумотларни интерполяция қилиш ва мослаштириш учун жуда фойдали. Махсус ҳолатларга бир ўлчамдаги сплайнлар ва натурал кубик сплайнлар киради [1,2,5,7].

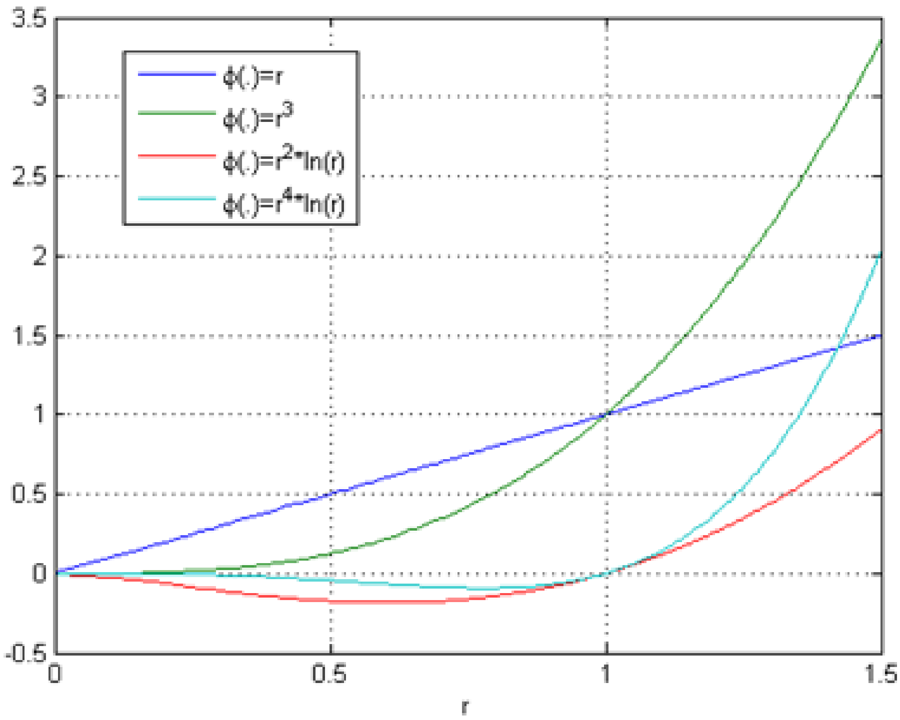
Полигармоник сплайнлар – бу полигармоник радиал базис функцияларнинг (Radial basis functions-RBF) чизиқли бирикмаси бўлиб, φ ва полином атамаси билан белгиланади.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N} w_i \varphi(|x - c_i|) + v^T \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix}$$

бу ерда

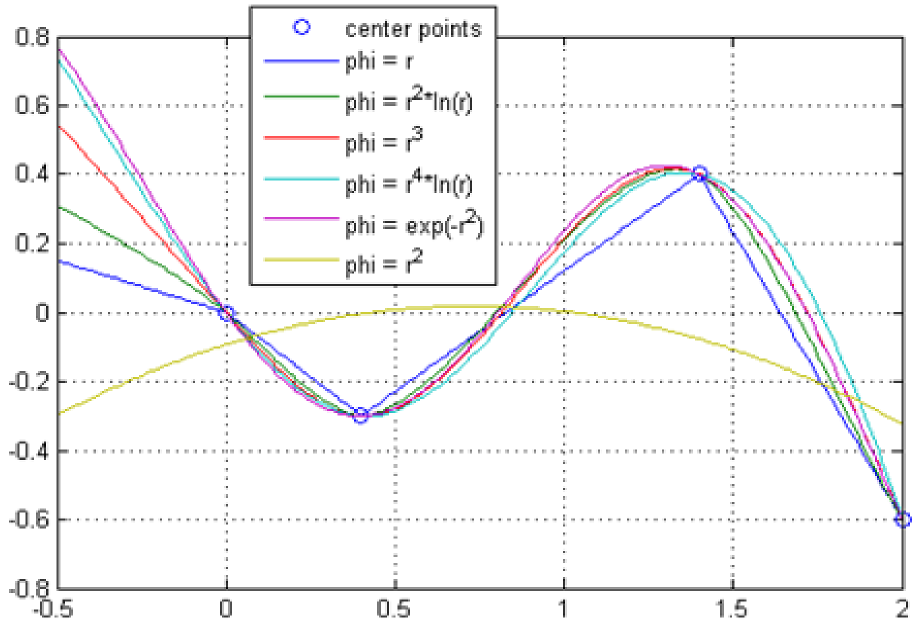
- $x = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_d]^T$ (T матрицанинг транспозициясини билдиради, яъни x устун векторидир) d мустақил ўзгарувчиларнинг ҳақиқий қийматли вектори,
- $c_i = [c_{i,1} \ c_{i,2} \ \cdots \ c_{i,d}]^T$ эгри чизиқ ёки сирт интерполяция қилиши керак бўлган x (кўпинча марказлар деб аталади) билан бир хил ўлчамдаги N вектор,
- $w = [w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_N]^T$ RBF ларнинг N оғирликлари,
- $v = [v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_{d+1}]^T$ полиномнинг *d+1* оғирликлари.

v коэффициентли полином полигармоник сплайнларни қўллаш аниқликни яхшилайди, шунингдек, c_i марказларидан узоқда экстраполяцияни яхшилайди [3,4,6]. Полиномли ва полином бўлмаган сплайнларни солиштириш 1-расмда келтирилган.



1-расм. Полигармоник базис функциялар (Polyharmonic basis functions)

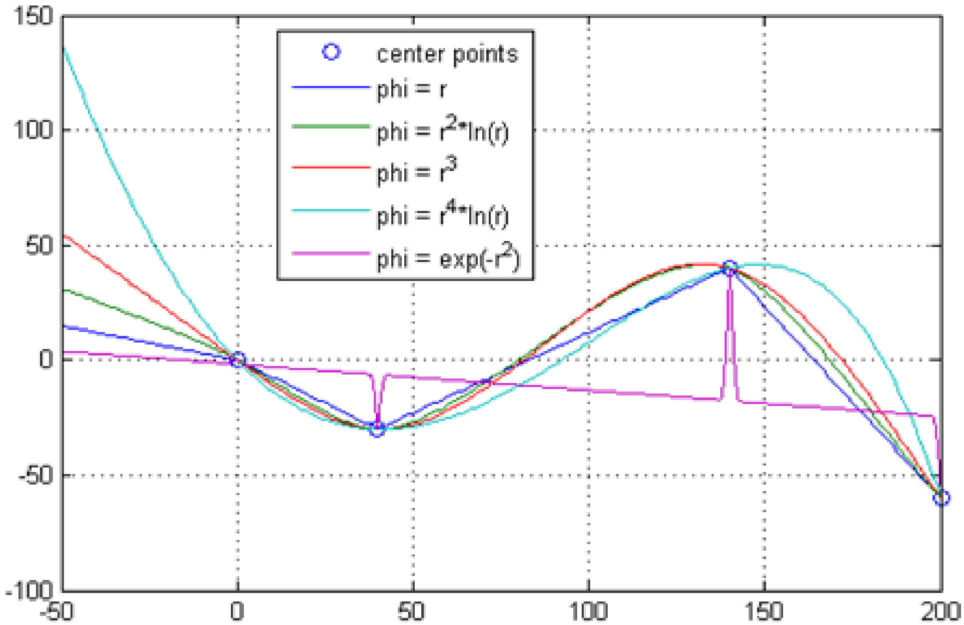
Қуйида полигармоник сплайнларни интерполяциялаш жараёнларига мисоллар келтирилган. Ҳар хил турдаги полигармоник сплайнлар ёрдамида тўртта нуқта («доиралар» билан белгиланган) орқали интерполяция кўрсатилган. Интерполяция қилинган эгри чизиқларнинг «эгрилиги» сплайн тартиби билан ўсиб боради ва чап чегарадаги экстраполяция (x < 0) бўлади. Расмда $\varphi = exp(-r^2)$ радиал базис функциялари (radial basis functions) ҳам мавжуд, бу ҳам яқинлашишда яхши интерполяцияни беради [8,9]. Ниҳоят, 2-расмда полигармоник бўлмаган сплайн $phi=r^2$ ҳам мавжуд, бу радиал базис функцияси олдиндан белгиланган нуқталардан ўта олмайди (чизиқли тенглама ечимга эга эмас ва энг кичик квадратлар усулида ечилади) [10,11,14].



2-расм. Турли хил полигармоник сплайнлар билан интерполяция қилиш кўриниши

Доира билан белгиланган 4 та олдиндан белгиланган нуқтадан ўтиши керак бўлган турли хил полигармоник сплайнлар билан интерполяция қилиш (*phi*=r^2 билан интерполяция қилиш фойдали эмас, чунки интерполяция муаммосининг чизиқли тенгламалар тизими ҳеч қандай ечимга эга эмас, у энг кичик квадратлар маъносида ҳал қилинади, лекин кейин марказлардан ўтмайди).

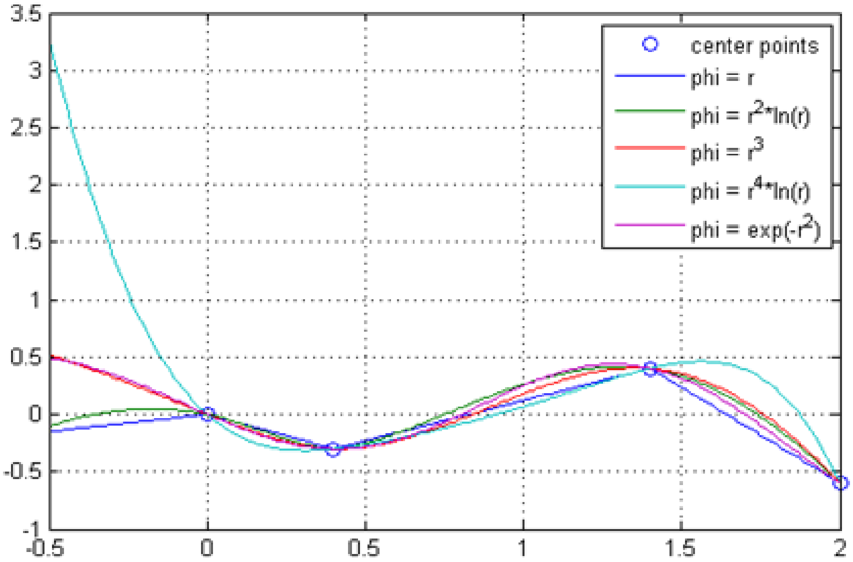
Кейинги мисолда юқоридаги каби бир хил интерполяцияни амалга оширилади, фақат бундан мустасно, интерполяция қилинадиган нуқталар 100 га тенг (ва phi=r^2 ҳоли энди киритилмайди). $\varphi=(scale\cdot r)^k=(scale)^k\cdot r^k$ бўлгани учун A матрицадан коэффициентни $(scale)^k$ чиқариш мумкин. Чизиқли тенгламалар тизимида масштаблаш таъсир қилмайди. Бу сплайннинг логарифмик шакли учун фарқ қилади, масштаблаш унчалик таъсир қилмайди. Ушбу таҳлил 3-расмда акс эттирилган, бу ерда интерполация унчалик катта фарқ қилмайди. Эътибор берсак, к = 1 бўлган $\varphi=exp(-r^2)$ каби бошқа радиал функциялар учун интерполяция энди мантиқий эмас ва к ни мослаштириш керак бўлади



3-расм. Турли хил полигармоник сплайнлар билан интерполяция қилиш кўриниши [1,100]

Юқоридаги расмда биринчи расмдаги каби интерполяция тасвирланган, лекин интерполяция қилинадиган нуқталар 100 га тенг.

Кейинги мисолда биринчи расмдаги каби бир хил интерполяция кўрсатилган, фақат функциянинг полиномлиги ҳисобга олинмаган (ва $phi = r^2$ ҳолати энди киритилмаган). 4-расмдан кўриниб турибдики, $x < 0$ учун экстраполятсия энди базис функцияларининг айримлари учун биринчи расмдагидек «табиий» эмас [12,13]. Бу шуни кўрсатадики, агар экстраполятсия содир бўлса, полином фойдали бўлади.



4-расм. Турли хил полином бўлмаган полигармоник сплайнлар билан интерполяция қилиш кўриниши

Полигармоник спайн билан интерполяция қилишнинг асосий афзаллиги шундаки, одатда тарқоқ маълумотлар учун ҳеч қандай «созлаш» ўтказмасдан жуда яхши интерполяция натижалари олинади, шунинг учун автоматик интерполяция қилиш мумкин. Бу бошқа радиал асосли функциялар учун эмас. Масалан, Гаусс функцияси $e^{-k \cdot r^2}$ созланиши керак, шунинг учун *к* мустақил ўзгарувчиларнинг асосий панжарасига кўра танланади. Агар бу панжара бир хил бўлмаса, тўғри танлаш *к* яхши интерполяция натижасига эришиш қийин ёки имконсиздир.

Асосий камчиликлари:

Оғирликларни (градиент) аниқлаш учун зич чизиқли тенгламалар тизимини ечиш керак. Агар *N* катта ўлчам бўлса, зич чизиқли тизимни ечиш амалий бўлмайди, чунки керакли хотира $O(N^2)$ га ва керакли операциялар сони $O(N^3)$ га тенг бўлади.

М маълумотлар нуқталарида ҳисобланган полигармоник спайн функциясини баҳолаш O(MN) операцияларини талаб қилади. Кўпгина иловаларда (тасвирни қайта ишлаш мисол қилинган) M нинг қиймати N дан анча катта ва агар иккала қиймат ҳам катта бўлса, бу амалий эмас.

Сўнгги пайтларда юқорида айтиб ўтилган қийинчиликларни бартараф этиш усуллари ишлаб чиқилди. Масалан, Beatson ва бошқалар [15]. $O(logN)$ операциялари ўрнига $O(N)$ операцияларида уч ўлчамдаги бир нуқтада полигармоник спайнларни интерполяция қилиш усулини тақдим этади.

Хулоса

Шундай қилиб, сигналларга рақамли ишлов беришнинг интеллектуал усулларда, машинавий ўқитиш усули енг кўп қўлланиладиган усуллардан ҳисобланади. Сигналларни тиклашда қўлланиладиган полигармоник сплайнлар аниқлик жихатдан ҳам яхши натижалар олиш имкониятларини беради. Юқорида айтилганидек полигармоник сплайнлар тарқоқ маълумотлар учун ҳеч қандай созлаш ўтказмасдан жуда яхши интерполяция натижалари олинади, шунинг учун автоматик интерполяция қилиш мумкин. Натижада полигармоник сплайн-функцияларни машинавий ўқитиш усулларида қўллаш иш самарадорлигини ошишига олиб келади.

Фойдаланилган адабиётлар

1. Xakimjon, Z., & Bunyod, A. (2019). Biomedical signals interpolation spline models. In International Conference on Information Science and Communications Technologies: Applications, Trends and Opportunities, ICISCT 2019. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. https://doi.org/10.1109/ICISCT47635.2019.9011926.
2. Zaynidinov H.N., Nurmurodov J.N., Kobilov S.Sh., Gofurjonov M.R. Development of algorithms and software tool for intellectual analysis of medical data// Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта. Сборник докладов республиканской научно-технической конференции 26-27 октабр 2022 й.
3. Hakimjon Zaynidinov, Sayfiddin Bakhromov, Bunyod Azimov, Sarvar Makhmudjanov. Comparative Analysis Spline Methods in Digital Processing of Signals // Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal (ASTESJ), (Indexed by SCOPUS), https://dx.doi.org/10.25046/aj0506180, ISSN: 2415-6698, Vol. 5, No. 6, 1499-1510 (2020), www.astesj.com
4. Singh, M., Zaynidinov, H., Zaynutdinova, M., & Singh, D. (2019). Bi-cubic spline based temperature measurement in the thermal field for navigation and time system. Journal of Applied Science and Engineering, 22(3), 579–586. https://doi.org/10.6180/jase.201909_22(3).0019
5. Singh, D., Singh, M., & Hakimjon, Z. (2019). B-Spline approximation for polynomial splines. In Springer Briefs in Applied Sciences and Technology (pp. 13–19). Springer Verlag. https://doi.org/10.1007/978-981-13-2239-6_2
6. V. Graffigna, C. Brunini, M. Gende, M. Hernández-Pajares, R. Galván, F. Oreiro, “Retrieving geophysical signals from GPS in the La Plata River region,” GPS Solutions, 23(3), 2019, doi:10.1007/s10291-019-0875-6.
7. X. Wang, Z. Luo, B. Zhong, Y. Wu, Z. Huang, H. Zhou, Q. Li, “Separation and recovery of geophysical signals based on the Kalman Filter with GRACE gravity data,” Remote Sensing, 11(4), 2019, doi:10.3390/rs11040393.
8. A.I. Grebennikov, “Isogeometric approximation of functions of one variable,” USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 22(6), 1982, doi:10.1016/0041-5553(82)90095-7.
9. Xakimjon, Z., & Oybek, M. (2019). Definition of synchronization processes during parallel signal processing in multicore processors. In International Conference on Information Science and Communications Technologies: Applications, Trends and Opportunities, ICISCT 2019. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. https://doi.org/10.1109/ICISCT47635.2019.9012006.
10. A. Kroizer, Y.C. Eldar, T. Routtenberg, “Modeling and recovery of graph signals and difference-based signals,” in GlobalSIP 2019 - 7th IEEE Global Conference on Signal and Information Processing, Proceedings, 2019, doi:10.1109/GlobalSIP45357.2019.8969536.
11. Муминов Б. Б., Мухамадиева К.Б. Сунъий нейрон тармоқлари таснифи. энциклопедия монография.Т.: «Aloqachi», 2020. -228 б.
12. Adrian Rosebrock. Deep Learning for Computer Vision with Python Starter Bundle. 1st Edition (1.2.2). PylmageSearch.com. 2017.
13. Yusupov I. Nurmurodov J.N, Ibragimov S, Gofurjonov M.R. Calculation of spectral coefficients of signals using the machine learning method based on xaar bases// The 14th International Conference on Intelligent Human Computer Interaction (IHCI-2022).
14. Powell, M. J. D. (1993). “Some algorithms for thin plate spline interpolation to functions of two variables”. Cambridge University Dept. of Applied Mathematics and Theoretical Physics technical report. Retrieved January 7, 2016.
15. R.K. Beatson, M.J.D. Powell, and A.M. Tan: Fast evaluation of polyharmonic splines in three dimensions. IMA Journal of Numerical Analysis, 2007, 27, pp. 427–450.