

**ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТЕХНИКА УНИВЕРСИТЕТИ ВА
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАН
ДОКТОРИ ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ 16.07.2013 Т/ФМ.02.02
РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТЕХНИКА УНИВЕРСИТЕТИ

АБИРОВ РУСТАМ АБДУЛЛАЕВИЧ

**МУРАККАБ ЮКЛАНИШДАГИ МАТЕРИАЛЛАРНИНГ
ДЕФОРМАЦИЯЛАНИШИНИ ҲИСОБГА ОЛГАН ҲОЛДА
ПЛАСТИКЛИКНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАРИНИ
РИВОЖЛАНТИРИШ**

**01.02.04 – Деформацияланувчан қаттиқ жисм механикаси
(физика-математика фанлари)**

ДОКТОРЛИК ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2014

Докторлик диссертацияси автореферати мундарижаси
Оглавление автореферата докторской диссертации
Content of the abstract of doctoral dissertation

Абиров Рустам Абдуллаевич Мураккаб юкланишдаги материалларнинг деформацияланишини ҳисобга олган ҳолда пластикликнинг моделларини ривожлантириш	3
Абиров Рустам Абдуллаевич Развитие моделей пластичности с учетом деформирования материалов при сложном нагружении	29
Abirov Rustam Abdullaevich Developement of models of plasticity with deformation of materials under complex loading	53
Эълон қилинган ишлар рўйхати Список опубликованных работ List of published works	75

**ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТЕХНИКА УНИВЕРСИТЕТИ ВА
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАН
ДОКТОРИ ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ 16.07.2013 Т/ФМ.02.02
РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТЕХНИКА УНИВЕРСИТЕТИ

АБИРОВ РУСТАМ АБДУЛЛАЕВИЧ

**МУРАККАБ ЮКЛАНИШДАГИ МАТЕРИАЛЛАРНИНГ
ДЕФОРМАЦИЯЛАНИШИНИ ҲИСОБГА ОЛГАН ҲОЛДА
ПЛАСТИКЛИКНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАРИНИ
РИВОЖЛАНТИРИШ**

**01.02.04 – Деформацияланувчан қаттиқ жисм механикаси
(физика-математика фанлари)**

ДОКТОРЛИК ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2014

Докторлик диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида 30.09.2014/В2014.5.FM135 рақам билан рўйхатга олинган.

Докторлик диссертацияси Ўзбекистон Республикаси Фанлар академияси Механика ва иншоотлар сейсмик мустаҳкамлиги институтида бажарилган.

Докторлик диссертациясининг тўлиқ матни Тошкент давлат техника университети ва Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги 16.07.2013 Т/FM.02.02 рақамли фан доктори илмий даражасини берувчи илмий кенгаш веб-саҳифасида www.tdtu.uz/tadqiqitchi/dis_matn.htm манзилига жойлаштирилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз) веб-саҳифада www.tdtu.uz/tadqiqitchi/avr_matn.htm манзилига ва «ZIYONET» Ахборот-таълим порталида www.ziynet.uz манзилига жойлаштирилган.

**Илмий
маслаҳатчи:**

Бабамуратов Камол Шаймарданқулович
физика-математика фанлари доктори, профессор

**Расмий
оппонентлар:**

Абдусаттаров Абдусамат
техника фанлари доктори, профессор
Артиков Турдали Усманиевич
физика-математика фанлари доктори, профессор
Худойназаров Хайрулла
техника фанлари доктори, профессор

**Етакчи
ташкилот:**

Самарқанд давлат архитектура-қурилиш институти

Диссертация ҳимояси Тошкент давлат техника университети ва Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги 16.07.2013.Т/FM.02.02 рақамли Илмий кенгашнинг «__»_____2014 йил. соат____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100095, Тошкент, Университет кўчаси, 2. Тел./fax: (99871) 227-10-32; e-mail: tadqiqitchi@tdtu.uz).

Докторлик диссертацияси Тошкент давлат техника университети Ахборот-ресурс марказида ____ рақам билан рўйхатга олинган, диссертация билан АРМда танишиш мумкин. (Манзил: 100095, Тошкент, Университет кўч. 2. Тел.: (99871) 246-46-00).

Диссертация автореферати 2014 йил «__» _____ да тарқатилди.
(2014 йил «_____» даги _____ рақамли реестр баённомаси)

К.А. Каримов
Фан доктори илмий даражасини берувчи
илмий кенгаш раиси т.ф.д., профессор

Н.Дж. Тураходжаев
Фан доктори илмий даражасини берувчи
илмий кенгаш илмий котиби т.ф.н., доцент

М.М. Мирсаидов
Фан доктори илмий даражасини берувчи
илмий кенгаш ҳузуридаги илмий семинар раиси
т.ф.д., профессор

ДОКТОРЛИК ДИССЕРТАЦИЯСИ АННОТАЦИЯСИ

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурияти. Пластиклик назарияси туташ муҳитлар механикасининг мустақил йирик йўналишларидан бири саналади. Материалларни мустаҳкамлик имкониятидан тўла ва унумли фойдаланиш, сарфини камайтириш ҳамда оптимал лойиҳалаш учун қўйиладиган талаблар уларнинг пластик деформациялари билан боғлиқ бўлиб, уларни ҳисобга олиш амалиётнинг долзарб масаласи ҳисобланади.

Машинасозлик, тоғ-кон ишлари, авиасозлик ва энергетикада ишлатиладиган маҳсулотларни такомиллаштириш, янги конструкцияларни ишлаб чиқиш мураккаб кучланганлик ҳолатида ишлайдиган кўп боғламли жисмларда янги материалларни ҳамда инновацион муҳандислик ечимларни жалб қилишга қаратилган. Муҳандислик амалиётидан келиб чиққан масалалар ечимини топиш туташ муҳитдаги қайтарилмас деформацияларни ҳисобга олиш билан боғлиқ бўлганлиги сабабли, ташқи кучланишларнинг турли ҳолларида материаллар пластик хусусиятларини инобатга олишни тақозо қилади. Бу эса жисмдаги локал кучланишларни бутун ҳажми бўйлаб тақсимланишини ишончли ифодалайди ва шу орқали юк кўтариш қобилятини ошириш ҳамда катта деформациялар остида конструкциянинг бузилиш хавфини камайтириш усуллари топишга имкон бериши сабабли долзарб ҳисобланади.

Туташ муҳитлар механикаси чегаравий масалаларини ифодаловчи тенгламалар ичида физикавий муносабатлар муҳим ўринга эга. Ҳисоблаш жараёнида қўлланиладиган физикавий муносабатлар материал хусусиятларини имкон қадар тўлалигича тавсифлаши лозим. Пластиклик назариясига кўра кучлар ва кинематик хоссалар орасидаги боғлиқлик фақат қўйилаётган кучларни қийматига эмас, балки уларнинг қўйилиш кетма-кетлигига қараб сезиларли ўзгаради. Бу мураккаб юкланишни ҳисобга олган ҳолда пластиклик назариясининг моделларини ривожлантиришнинг заруриятини белгилайди.

Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг «Автотранспорт воситалари конструкциясининг фойдаланиш шартлари бўйича хавфсизлиги тўғрисида»ги 4 июл 2012 йил 191-сонли қарорида автотранспорт воситасининг тормоз тизимидаги қисмларни мураккаб юкланишдаги ишининг ишончилигини таъминлаш бўйича талаб келтириган бўлиб, бу диссертация мавзусининг заруриятини тасдиқлайди.

Кўп параметрли юкланишларнинг айрим синф жараёнларига жисмларнинг механик ҳолатини ифодаловчи математик тенгламалар тузиш орқали мустаҳкамлик ва турғунлик масалаларида самарали ҳисоблаш усуллари ишлаб чиқиш, оптимал ечимларни топиш ҳамда уларни таҳлил қилиш вазифалари пластиклик назарияси билан узвий боғлиқдир. Мураккаб юкланишларда пластик деформацияланишни ифодаловчи функционалларнинг фундаментал хусусиятларини ўрганиш, турли кўринишдаги юкланишларда мавжуд пластиклик назарияларининг ишончилигини физик жиҳатдан аниқлаш, тажрибалар асосида муҳит ҳолати тенгламаларининг ишончли янги моделларини ишлаб чиқиш ҳисоблаш самарадорлигини оширади. Мураккаб юкланишдаги

материалларнинг деформацияланишини ҳисобга олиш пластиклик назариясини моделларини ривожлантириш учун қўлланилади. Чунки, деформацияни ҳисобга олган ҳолдагина мураккаб юкланишнинг барча параметрлари қамраб олинган бўлади. Шу билан бирга изотроп ва анизотроп материалларнинг мураккаб юкланганлик ҳолларида деформацияланиш хусусиятларини ўрганиш, пластиклик назариясини ривожлантириш ва мураккаб юкланиш жараёнлари учун замон талабларидан келиб чиққан янги математик моделларни тузиш туташ муҳит механикасининг муҳим масалаларидан бири ҳисобланиб, бу йўналишда илмий тадқиқот ишларини олиб бориш заруриятини белгилайди.

Тадқиқотнинг Ўзбекистон Республикаси фан ва технологиялар тараққиётининг устувор йўналишларига мослиги. Диссертация иши Ўзбекистон Республикаси фан ва технологиялар тараққиётининг устувор йўналишлари: Энергетика, энергия ва ресурстежамкорлик, Ер тўғрисидаги фанлар ва улар билан боғлиқ фундаментал дастур: ФТД-4 – «Математика, механика ва информатика» га мос равишда бажарилган.

Диссертация мавзуси бўйича халқаро илмий тадқиқотлар шарҳи. АҚШ (Лос Аламос ва Оак Ридж миллий лабораториялари) ва Россия (Механика муаммолари институти, Москва давлат университети) етакчи илмий марказларида юқори ҳарорат шароитидаги материалларга мураккаб юкланишларнинг таъсирини тадқиқ қилиш натижасида атом реакторлари учун қўлланиладиган қувурларнинг мустаҳкамлигини 18-20% гача оширишга эришилди.

Япония (Цукуба технопарки) илмий тадқиқот лабораторияларида мураккаб даврий юкланишларни тадқиқ қилиш натижасида энергоқурилмалар турбиналарининг мустаҳкамлик ресурси оширилди.

Украина (Амалий механика, Техникавий физика ва Физико-механика) илмий тадқиқот институтлари томонидан анизотроп ва изотроп материалларни криоген ҳароратларда мураккаб юкланиш остида тадқиқот қилиш натижасида космик кемаларнинг қоплама қисмига совуқбардош материал ишлаб чиқилди.

Филяндия (Оулу), Франция (Гренобл) ва Португалия (Авейро) университетларида металларга пластик шакл бериш бўйича олиб борилган тадқиқот ишлари натижасида металларга шакл беришнинг самалари технологияси ишлаб чиқилди.

Юқори ва криоген ҳарорат, циклик кучланишлар ва мураккаб юкланиш таъсири остидаги материалларнинг хусусиятларини ўрганиш мақсадида замонавий мураккаб юкланиш қурилмаларидан фойдаланилган ҳолда кенг қўламли тажрибалар олиб борилмоқда. Олиб борилаётган тажрибалар натижалари бурғилаш қувурлари, насослар, қобиқлар, машина ва механизмларнинг мураккаб юкланишда ишлайдиган қисмларини ҳисоблаш ишларида ҳам қўлланилмоқда. Ушбу илмий йўналишда тажрибалар ва назарий ишлар пластиклик назариясининг ривожланишида халқаро миқёсидаги муҳим масала ҳисобланади.

Хозирги кунда АҚШ (Мериленд ва Стенфорд университетлари) ва Украина (Мустаҳкамлик муаммолари институти) илмий марказларида олиб бо-

рилаётган тажрибавий ва назарий изланишларда анизотроп муҳитлар билан текис мураккаб юкланиш таъсирида бўлган материалларнинг фундаментал хоссалари ўрганилмоқда. Россия (Тверь давлат техника университети, Механика муаммолари, Гидродинамика ва Тоғ-кон ишлари институтлари) ва Япония (Нагоя университети) илмий лабораторияларида турли материалларнинг фазовий мураккаб юкланиш, кучсизлантириш ва такрорий юкланиш жараёнлари устида тадқиқот ишлари олиб борилмоқда. Ушбу тажрибалар асосида пластиклик функционаллар хусусиятлари ўрганилиб янги пластиклик моделлари ишлаб чиқилмоқда.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Ташқи юкланишлар ва омиллар турлича таснифга эга бўлганлиги туфайли пластикликда адекват аниқловчи назарий муносабатлар тизими ишлаб чиқилмаган. Деформацияланиш механизмларининг мураккаблиги ҳамда турли-туманлиги туфайли кучланишлар ва деформациялар ўртасидаги муносабатларни акс эттирувчи умумлашган тенгламаларни ишлаб чиқиш математик қийинчиликларга учрайди ва у ҳозирги кунга қадар самарали натижаларга олиб келмаган. Шунинг учун ихтиёрий деформацияланиш ҳолатини аниқловчи муносабатларнинг амалиёт учун энг мақбул варианты ҳам мавжуд эмас.

Механикага оид мустаҳкамлик, турғунлик, динамика, конструкциялар ва механизмларнинг юк кўтариш қобилияти заҳирасини аниқлаш масалаларининг ечимларини топиш жараёнида замонавий амалий ҳисоблашда статистиканинг ўртача миқдорлар ҳақидаги маълумотларини асос қилиб олишга тўғри келади. Улар муҳандислик амалиётининг талаблари доирасида чекланган бўлиб, континуумнинг турли хусусиятларини акс эттира олмайди. Чунки феноменологик ёндашувдаги гипотезалар ва дастлабки тахминлардан фойдаланилади ҳамда содда тажрибаларга таянилади.

Классик бўлган пластиклик назариялари соддалаштирилган гипотезаларга асосланган бўлиб, мураккаб жараёнларни етарли даражада тавсифлаш қониқарли бўлмаганлиги учун уларнинг ишончли қўлланилиш соҳаси чегараланган. Пластиклик юкланиш жараёнида материаллар хусусиятларини акс эттирувчи моделларини ишлаб чиқиш вазифаларини амалга ошириш мақсадида турли фазовий ва текис мураккаб юкланишларнинг хусусий ҳоллари учун тегишли пластиклик функционалларини ўрганиш ва тажрибалар ўтказиш бўйича мунтазам ва тизимли илмий изланишлар олиб борилмоқда.

Пластик оқувчанлик жараёнида материаллар ҳолатини тўла ифодаловчи физик боғланишларни шакллантириш мураккаб чизиқсиз характерга эга масала бўлиб, қайтарилмас деформациялар ва материалнинг эластик ҳолатидан чиқишида юзага келадиган жараёнлар билан боғлиқ. Шу хоссаларни ва оқувчанлик жараёнларни ўрганишда мураккаб юкланиш ҳолатидаги тажрибалар асосида юкланишларнинг турлича кўринишларида материаллар пластик хусусиятларини акс эттирувчи моделларни ишлаб чиқиш имкони юзага келади.

Феноменологик ёндашув доирасида пластиклик назариясининг икки йўналиши бўйича тадқиқот ишлари олиб борилмоқда. Биринчи йўналишнинг вазифаси - континуум хоссаларини адекват тавсифлаш учун умумий

қонуниятларни ишлаб чиқишдан иборат бўлса, иккинчи йўналишнинг вазифаси муҳандислик ҳисоб-китобларни амалга ошириш учун эластик-пластик жараёнларини тақрибий усул билан ифодалаш ҳисобланади.

А.А.Илюшин томонидан таклиф этилган эластик-пластик жараёнларининг математик назарияси, К.С.Валаниснинг эндохронлик назарияси илгари эътиборга олинмаган эффектларини ёритишга имкон яратади. Улар янги гипотезаларга асосланган бўлиб, пластиклик назариясида истиқболли йўналишларни очиб беради. Жумладан, Россиянинг йирик олимлари В.А.Лихачев, П.В.Трусов, Польшанинг етакчи олими З.Мроз, Ўзбекистон олимлари¹ В.Қ.Қобулов, К.Ш.Бабамуратов, Т.Бўриев ташкил этган илмий мактабларида олиб борилган тадқиқотлар натижасида ривожлантирилиб келинаётган физикавий пластиклик назариялари эса муҳит ичида дислокация жараёнларини тавсифлашга, қайтарилмас деформацияларни пайдо бўлиш механизмини ёритишга, ҳамда муҳим пластиклик масалалар ечимини топишга қаратилган

Пластиклик назариясига оид ишларнинг таҳлилидан келиб чиқиб айтиш жойизки, эластик-пластик жараёнларининг математик назарияси муҳитлар фундаментал хоссаларини ўрганиш борасида истиқболли ҳисобланади ва шу билан ишлаб чиқилган пластиклик назариялари ёрдамида ҳамда янги ёндашувлар асосида амалий масалалар ечимларини топиш имконини очиб беради.

Диссертациянинг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги Ўзбекистон Республикаси Фанлар академияси Механика ва иншоотлар сейсмик мустаҳкамлиги институтида қуйидаги фундаментал мавзудаги лойиҳаларда акс эттирилган: 1.10.2.3 «Мураккаб кучланишли ҳолат ва мураккаб юкланиш шароитида эластик-пластик жисмларнинг мустаҳкамлиги ва деформацияланишини тадқиқ қилиш» (2000-2002 йй.); Ф.1.2.3 «Конструкция материалларининг кўрсатилган иш шароитидаги реал хоссаларини ҳисобга олган ҳолда жисмлардаги мураккаб деформацияланишни таҳлил қилиш усуллари тадқиқот қилиш ва ишлаб чиқиш. Жисмлар механик ҳолатининг назарий ва экспериментал жиҳатдан ишончли тенгламалари асосида пластиклик янги масалаларини ечиш» (2003-2007 йй.); ФА-08-Ф085 «Эластик-пластик ва ёпишқоқ-пластик муҳитларни мураккаб деформацияланиш жараёнларини назарий-экспериментал тадқиқот этиш ва аниқловчи тенгламалар ишлаб чиқиш» (2008-2011 йй.).

Тадқиқотнинг мақсади эластик-пластик жараёнлар назариясини ривожлантириш, тажрибалар орқали материаллар хоссаларини ўрганиб, унинг деформацияланиш математик моделларини куриш, таклиф этилган моделлар асосида мураккаб юкланиш масалаларини ечиш учун сонли-аналитик ҳисоблаш алгоритмининг яратишдан иборат.

¹ Кабулов В.К. Алгоритмизация в механике сплошных сред. – Ташкент: Фан, 1979. – 250с.

Бабамуратов К.Ш., Илюшин А.А., Кабулов В.К. Метод СН-ЭВМ и его приложения к задачам теории пластичности. – Ташкент: Фан, 1987. – 288с.

Буриев Т. Алгоритмизация расчета несущих элементов тонкостенных конструкций. – Ташкент: Фан, 1986. – 127с.

Мақсадга эришиш учун қуйидаги **тадқиқот вазифалари** қўйилган:
мураккаб юкланишнинг турли ҳолатида пластиклик функционаллари-
нинг фундаментал хусусиятларини ўрганиш;

мураккаб юкланиш ҳолатида пластиклик масалаларини ечиш учун наза-
рий ва экспериментал жиҳатдан асосланган аниқловчи муносабатларни ту-
зиш;

мураккаб юкланиш шароитида материалларнинг пластиклик хусусият-
ларига боғлиқ ҳолда шакл беришга сарфланадиган иш миқдорининг камайиб
кетиш сабабларини аниқлаш ва изоҳлаш;

турли мураккаб юкланиш шароитларида материаллар хусусиятларининг
сифат ва миқдорий кўрсаткичларини аниқлаш;

мураккаб юкланишнинг янги жараёнларини тавсифлашда пластиклик
назарияларининг қўлланилиш чегараларини аниқлаш;

тақдим этилган моделларни қўллаш учун сонли ҳисоблаш алгоритмла-
рини яратиш.

Тадқиқот объектини кўп параметрли мураккаб юкланиш остидаги изо-
троп ва анизотроп жисмларнинг пластиклик хоссалари ташкил этади.

Тадқиқот предмети турли кўринишдаги мураккаб юкланишларни ифо-
даловчи пластиклик функционаллариининг хусусиятларини, пластиклик наза-
риясининг мураккаб юкланишдаги математик моделлари ва масалаларни ўз
ичига олди.

Тадқиқот усуллари. Тадқиқот жараёнида экспериментал усуллар, де-
формацияланувчан қаттиқ жисм механикаси гипотезалари ва постулатлари
ҳамда функционал таҳлил, оптималлаштириш ва чегаравий интеграл тенгла-
маларни ечиш усулларидадан фойдаланилди.

Диссертация тадқиқотининг илмий янгилиги қуйидагилардан ибо-
рат:

пластиклик назарияларининг ўрганилган мураккаб юкланиш жараёнлари
учун физик ишончлилиқ чегаралари аниқланган;

тажриба тадқиқотлари асосида изотроп металллар учун физик аниқловчи
муносабатлар ишлаб чиқилган;

тажрибалар ва назарий изланишлар асосида трансверсал-изотроп мате-
риаллар учун ҳолат тенгламаси ишлаб чиқилган;

аниқловчи муносабатлар модели учун масалаларни сонли усулда ечиш
алгоритми қурилди ва амалиётда қўлланилган;

аниқловчи муносабатларни турли вариантларда аппроксимациялаш учун
Мураккаб юкланиш-ЭҲМ (МЮ-ЭҲМ) усулининг яқинлашувчанлиги тажри-
ба асосида исботланган;

мураккаб юкланиш орқали жисм шаклига пластик ишлов беришда кам
иш сарф этилиши исботланди ва унга эришиш йўллари очиб берилган;

таклиф этилган модел асосида ва чегаравий интеграл тенгламалари усу-
ли ёрдамида амалиёт масалаларин ечиш учун сонли усул ишлаб чиқилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

турли конструкциялар юк кўтариш қобилияти захираларини инобатга
олган аниқловчи муносабатлар модели ишлаб чиқилган;

олинган натижалар металлургияда металлларга шакл бериш (штамповка қилиш, тортиб чўзиш, сиқиб чиқариш ва ҳ.к.) технологик жараёнлари учун энергияни тежаш имконини бериш билан истиқболлидир;

ишлаб чиқилган сонли усуллар мураккаб юкланиш таъсиридаги қобиксимон ва ясси конструкциялар, машинасозликга оид маҳсулотлар масалаларини ечишда асосий воситалардан бўлиб, уларда қўлланишнинг янги истиқболларини ёритиб берган.

Олинган натижаларнинг ишончлилиги назарий тадқиқотлар туташ муҳитлар механикасининг ва эластик-пластик жараёнлар назарияларининг гипотезалари ва постулатларидан фойдаланилганлиги, тажриба натижаларининг эса синовдан ўтказилган МЮ-ЭХМ қурилмасида олинганлиги, шунингдек бошқа муаллифлар томонидан олинган натижалар билан солиштиришга асосланади.

Тадқиқот натижаларининг назарий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларнинг назарий аҳамияти шундаки, диссертацияда ишлаб чиқилган изотроп ва анизотроп муҳитларнинг ҳолат тенгламалари материалларнинг фақатгина мураккаб юкланиш ҳолатида кузатиладиган хоссаларини ўрганишга асос бўлади. Мазкур илмий ишда эластик-пластик жараёнлар назарияси ривожлантирилди, амалий масалаларни ечишда фойдаланиш учун пластиклик функционалларининг материаллар ҳолатини сифат ва миқдорий жиҳатдан акс эттирувчи фундаментал хоссалари ўрганилди ва улардан келажакда қурилиш, машинасозликнинг амалий масалаларини ечишда фойдаланиш мумкин.

Ишнинг амалий аҳамияти, жумладан, амалиёт масалаларини ечишнинг мураккаб юкланишни ҳисобга олувчи сонли усулини ўз ичига олади. Бу усул конструкция элементларини уларнинг эластик-пластик деформациялари ҳолида ҳисоблаш имконини беради. Диссертацияда металлларнинг шаклини ўзгартириш (штамповка қилиш, тортиб чўзиш ва бш.) жараёнларини оптималлаштириш усуллари очиқ берилганки, бу омил ишлаб чиқаришда энергия сарфини камайтиради.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Тадқиқот натижасида ишлаб чиқилган қияликларнинг турғунлигини аниқлаш усуллари «Ўзбекистон темир йўллари» Давлат акциядорлик темир йўл компанияси Тошғузар-Бойсун темир йўл тизими учун жорий қилиниши натижасида поездларнинг ҳалокатсиз ҳаракати таъминланган (20.09.2011 йилдаги далолатнома). Ишлаб чиқилган аниқловчи муносабатлар ва ривожлантирилган сонли усуллар иншоотларнинг кўп параметрик кучланиш остидаги мустаҳкамлигини аниқлаш учун 16-ДАТД дастуридаги № ФА-А16-Ф046 «Ёриксимон материалларнинг ноэластик хусусиятларини инобатга олган ҳолда ҳисоблаш усуллари ишлаб чиқиш ва жорий қилиш» ва 4-ДАТД дастуридаги № А-4-048 «Бурғилаш ва қудуқлардан фойдаланиш жараёнида техник қувурнинг эзилиш сабабларини аниқлаш усули ва эзилиш натижасида юзага келувчи қийинчилик ва аварияларни олдини олувчи қазिश технологиясини ишлаб чиқиш» амалий лойиҳаларда қўлланилган (Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Фан ва технологияларни ривожлантиришни

мувофиқлаштириш қўмитасининг 13 ноябр 2008 йил ва 11 ноябр 2011 йилдаги хулосалари).

Ишнинг апробацияси. Диссертация ишининг асосий натижалари 30 та илмий-амалий анжуманларда, шу жумладан, 15 та халқаро симпозиум, конференция ва семинарларда: IMECE ASME (New York, 2001; Boston, 2008); 14th USNCTAM (Blacksburg, 2002); Euromech-Mecamat (Liege, 2002; Torino, 2008); ESMC-5 (Thessaloniki, 2003); Development in plasticity and fracture (Crasow, 2004); ECEES (Geneva, 2006); Россия назарий ва амалий механика VIII, IX, X анжуманларида (Перм, 2001; Нижний Новгород, 2006, 2011); Халқаро «Прочность материалов и элементов конструкций» конференцияда (Киев, 2010) маъруза қилинган. Диссертация ишининг асосий натижалари Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академияси Механика ва иншоотлар сейсмик мустаҳкамлиги институтининг бирлашган семинарида, 16.07.2013.Т/ФМ. 02.02 Илмий кенгаш қошидаги 01.02.04 – «Деформацияланувчан қаттиқ жисм механикаси» ихтисослиги бўйича илмий семинарда муҳокама қилинган.

Натижаларнинг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича 53 та илмий иш, жумладан, 8 та мақола халқаро илмий журналларда чоп этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация иши кириш, тўртта боб, 247 та номдан иборат фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат. Диссертациянинг умумий ҳажми 198 бетдан иборат бўлиб, 155 та расм, 4 та жадвални ўз ичига олади.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация тадқиқотининг долзарблиги ва зарурияти асосланиб берилган, илмий ишнинг мақсади ва мақсадга эришиш учун асосий вазифалари шакллантирилган ҳамда тадқиқот объекти ва предмети аниқланган, Ўзбекистон Республикаси фан ва технологиялар тараққиётининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзунинг илмий янгилиги ва ҳимояга олиб чиқиладиган асосий амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг ишончлилиги ва илмий ва амалий аҳамияти ёритилган, тадқиқот натижаларини жорий қилинганлиги ҳақида маълумот ва диссертация тузилишига доир қисқа маълумотлар келтирилган.

Диссертация ишида келтирилган илмий тадқиқотлар шарҳида муҳитларнинг физик ҳолати тенгламаларининг ривож ва такомиллаштирилиши механика соҳаси мутахассисларининг эътибори марказида бўлиб келганлиги таъкидланган. Ишлаб чиқилган пластиклик моделлардан фақат Прагер, Генки, Надаи, Прандтл, Рейсс, А.А.Илюшин назариялари классик бўлиб қолган ва амалда кенг ишлатилмоқда.

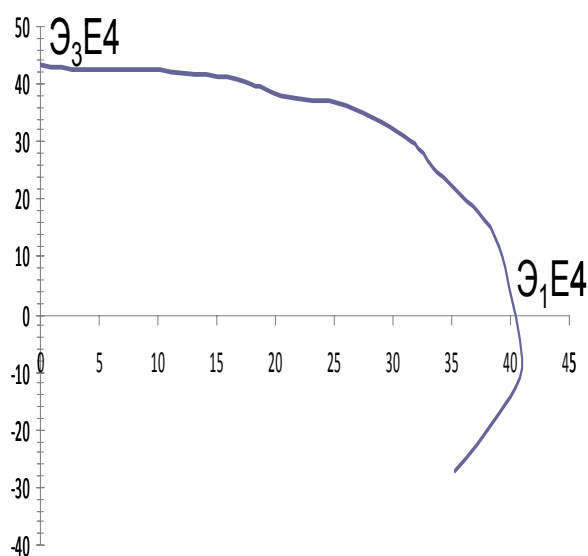
Бу олимлардан ташқари пластиклик назариясининг ривожланишига З.Мроз, Д.Д.Ивлев, А.Ю.Ишлинский, В.В.Соколовский, В.Д.Клюшников, Л.М.Качанов, Е.И.Шемякин, Ю.И.Кадашевич, В.В.Новожилов, И.Охаши, Ю.Н.Шевченко, А.А.Лебедев, В.П.Дегтярев, А.М.Жуков, В.Г.Зубчанинов,

Б.Е.Победря, В.В.Москвитин ва бошқаларнинг назарий ва экспериментал ишлари катта ҳисса қўшган.

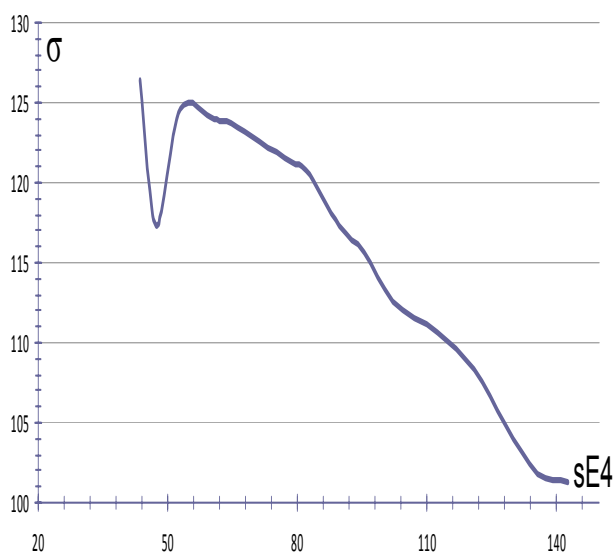
Диссертация ишида олиб борилган тадқиқотлар учун эластик-пластик жараёнларнинг математик назарияси асос бўлиб хизмат қилди. Бу илмий йўналишда В.С.Ленский, В.Г.Зубчанинов, Р.А.Васин, А.С.Кравчук, К.Ш.Бабамуратов, В.С.Бондарь, И.М.Коровин, В.В.Косарчук, В.И.Малий, В.В.Гараников, В.М.Жигалкин, П.В.Трусов, Н.Л.Охлопков, Ю.Г.Коротких, В.С.Гудрамович, А.И.Ходжиметов ва бошқалар тадқиқотлар олиб боришди.

Диссертациянинг **биринчи боби** мураккаб юкланишнинг хусусий кўринишлари шароитида конструкцион материаллар пластик хусусиятларининг экспериментал ва назарий тадқиқи бағишланган. Механик ҳолатни аниқловчи муносабатлар тенгламаларининг турли вариантлари, кинематик ва динамик турдаги мураккаб юкланиш (МЮ) қурилмаларида ўтказилган тажрибалар асосида пластиклик назарияларининг ишончилигини баҳолашга мисоллар келтирилган. Бу боб доирасида чўзувчи куч ва буровчи момент таъсирида кинематик турдаги синов машиналаридаги найсимон намуналарни синаш бўйича статик тажрибалар амалга оширилган.

Бобнинг биринчи бўлими тажрибавий маълумотлар таҳлили ва турли кўринишдаги мураккаб юкланишлар учун пластиклик назариясининг ишончилиги чегараларини аниқлашга бағишланган. Танланган тажрибалар сериясида иккинчи бўлимда қаралган, сениншдан кейинги эгрилиги ўзгармас траекторияга оид тажрибалар (1-расм) алоҳида эътиборга эга. Жараёни кузатиш графикларида (2-расм) “шўнғиш” ва локал мустаҳкамланишдан кейинги кучланишнинг пасайиб кетиши яққол кўриниб туради.

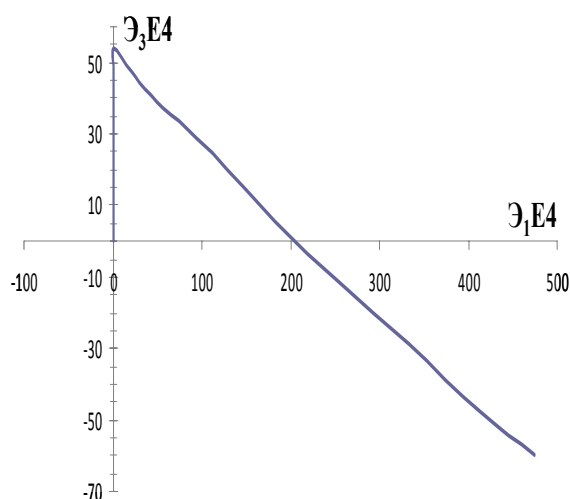


1-расм. Амалга ошган деформация жараёни (ЛС-59, k=3)

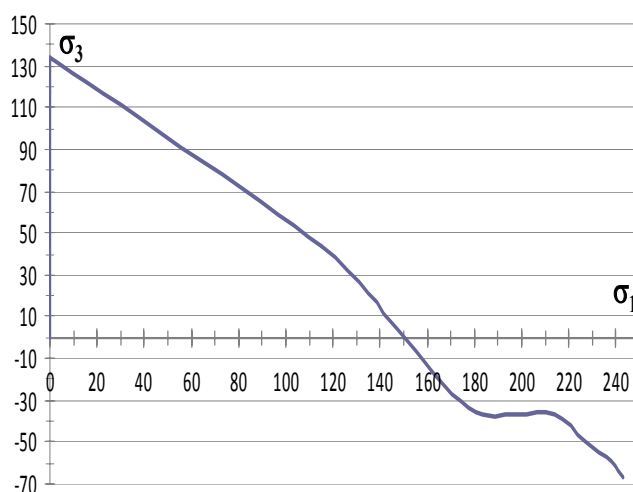


2-расм. Деформация жараёнининг кузатилиши (ЛС-59, k=3)

Учинчи бўлимда турли материалларнинг юкланиш $\theta > 90^\circ$ бурчакка синган (деформациялар фазоси) траекториялар кўринишида бўлган жараёни тадқиқ қилинган (3,4-расмлар).

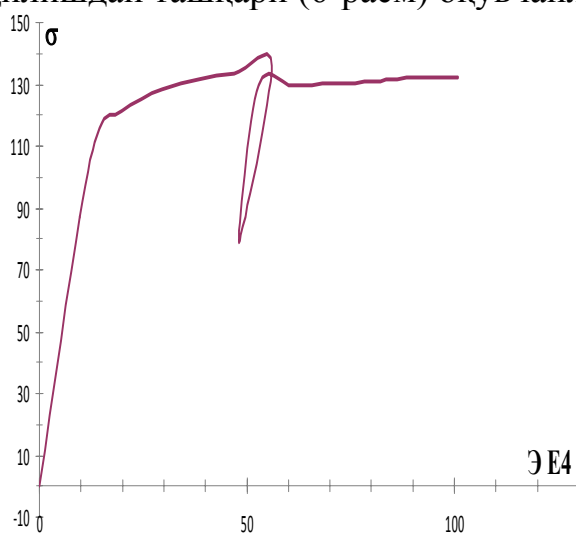


3-расм. Амалга ошган деформация жараёни (ЛС-59, $\theta=105^\circ$)

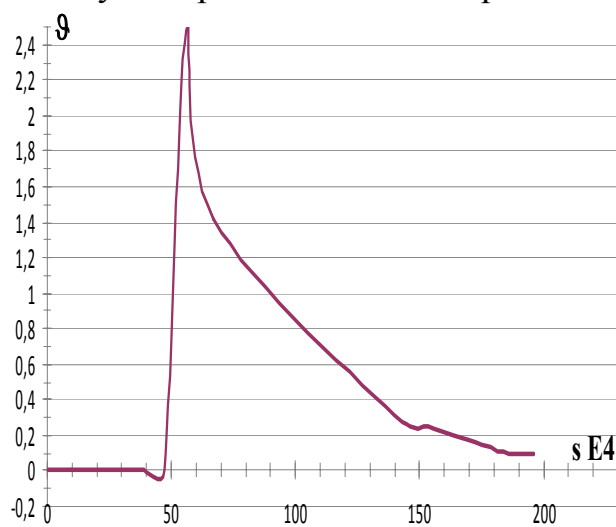


4-расм. Юкланиш жараёни (СТ-3, $\theta=156^\circ$)

Пўлат-3 ва ЛС-59 латуни учун мураккаб юксизлантириш шароитида тажрибалар ўтказиш давомида синиш бурчаклари кучланишлар фазосида деформациялар фазосидаги бурчаклардан каттароқ бўлади. Синиш бурчаги қанчалик катта бўлса, гистерезис сиртмоғи майдони ҳам шунчалик катта (5-расм) ва у материал мустаҳкамлигига боғлиқ бўлади. Пўлат-3 учун бу майдон ЛС-59 латунига нисбатан каттароқ бўлади. Мураккаб юксизлантиришни кўриб чиқиш пайтида асосий эътибор бу кечикиш тамойилини тадқиқ қилишдан ташқари (6-расм) оқувчанлик актуал сиртини топишга қаратилган.



5-расм. ЛС-59 юкланиш диаграммаси $\theta=142^\circ$



6-расм. Яқинлашиш бурчаги ЛС-59, $\theta=142^\circ$

Турли йилларда Твер техника университети лабораторияларида ўтказилган деформациянинг уч ўлчовли траекториялари бўйича экспериментал маълумотлар қайта ишланди (тўртинчи бўлим). Кўриб чиқилган мураккаб юкланиш шароитида қуйидаги кўринишдаги аниқловчи муносабатларнинг физик ишончлилиги тадқиқ қилинди:

$$d\bar{\sigma} = N d\bar{\varepsilon} - (N - P) \frac{\bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}^2} \bar{\sigma}, \quad (1)$$

бунда $\bar{\sigma}$ ва $\bar{\varepsilon}$ кучланиш ва деформацияланиш векторлари, N ва P - пластиклик функционаллари.

Биринчи бобнинг бешинчи бўлимида сонли ва мураккаб юкланиш (МЮ) тажрибаларида аниқловчи муносабатларнинг турли аппроксимациялари учун МЮ-ЭХМ усулларининг яқинлашувчанлиги тадқиқ қилинган. Бу бўлимда МЮ-ЭХМ усулининг яқинлашувчанлиги масаласи юпқа цилиндрик қобикларнинг юксизлантириш амалга ошириладиган ва такрорий пластик деформация шароитларидаги икки бўғин юкланиши мисолида ўрганилган. Бунда аппроксимацияловчи муносабатлар қуйидаги кўринишда танлаб олинган:

$$d\bar{\sigma} = A d\bar{\varepsilon} - B \bar{\sigma} d\lambda, \quad (2)$$

бу ерда A ва B - эркин параметр λ дан боғлиқ пластиклик функциялари.

Диссертациянинг иккинчи боби текис деформация жараёнлари шароитида пластиклик функционаллари тадқиқ қилишга, экспериментал маълумотларни қайта ишлаш ва таҳлил қилиш асосида аниқловчи муносабатларни тузишга ва шу натижаларни чегаравий масалалар ечимида қўллашга бағишланган. Трансверсал-изотроп материал учун аниқловчи муносабатлар қурилган ва бунда мураккаб юкланиш параметрлари киритилган. Аниқловчи муносабатлар тузиш тамойилининг тўғрилигини аниқлаш мақсадида анизотроп бўлган Д-16 материали устида тажриба ўтказилган.

Бобнинг биринчи бўлимида турли мураккаб юкланиш жараёнлари учун аниқлаштиришни талаб этадиган тензорли чизиксиз аппроксимацияловчи муносабатлар таркибига кирадиган скаляр функциялар қаралган. Бу функцияларни аниқлаштириш кичик деформациялар шароитида асосий тажрибалар асосида амалга оширилди. Икки параметрли юкланиш жараёнини қисмий икки бўғинли синиқ чизиклар кўринишида тавсифлайдиган пластиклик функционаллари баъзи бир универсал хусусиятлари аниқланди.

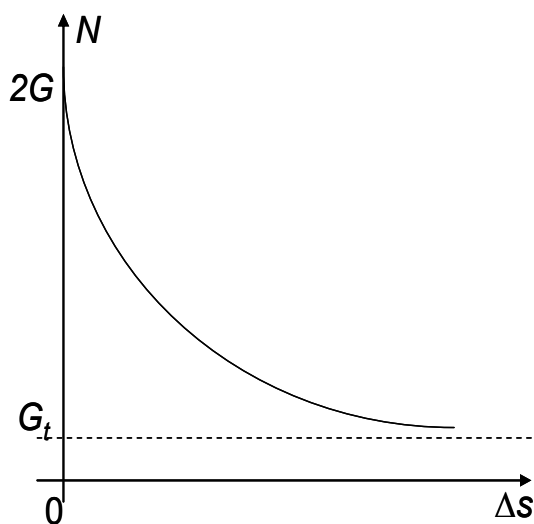
Бу мақсадда қуйидаги муносабат қўлланилди:

$$d\bar{\sigma} = N d\bar{\varepsilon} - (N - P) d\bar{\varepsilon} \bar{p}_0 \bar{p}_0, \quad (3)$$

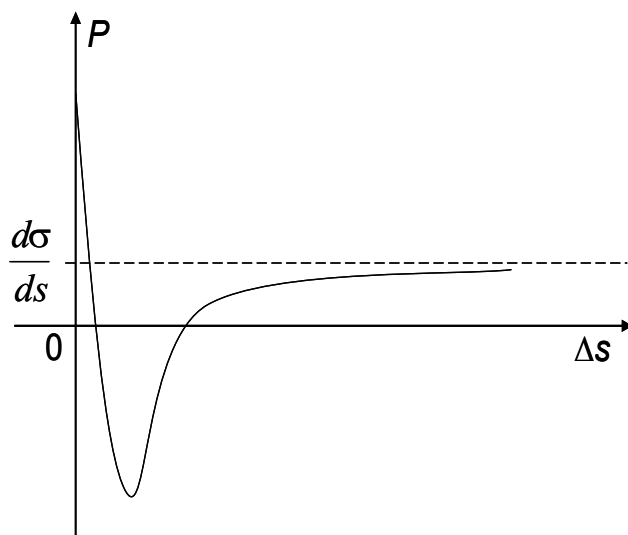
$N = \dot{A}_1$, $P = \dot{A}_1 - \dot{A}_0 / \cos \theta$ - пластиклик функционаллари, θ - деформация траекториясининг синиш бурчаги.

N функционалини тажрибавий-назарий кўриб чиқиш уни монотон бир текисда камайиб боровчи синиқ чизик кўринишида аппроксимациялаш имконини берди (7-расм). P функционалнинг умумий кўриниши 8-расмда кўрсатилган.

Синиш нуқтасидаги $\dot{\sigma} \sim \theta$ нинг графиги силлиқ синиқ чизик кўринишида қурилган: $\dot{\sigma} = k \operatorname{arccctg}(\theta - d) - b$, бу ерда коэффициентлар қуйидаги шартлардан топилади: $\theta = 0 \Rightarrow \dot{\sigma} = d\sigma/d\varepsilon$; $\theta = \pi/2 \Rightarrow \dot{\sigma} = 0$; $\theta = \pi \Rightarrow \dot{\sigma} = -2G$.



7-расм. N қийматининг кўриниши



8-расм. P қийматининг кўриниши

(3) даги кучланишлар ва деформациялар ўртасидаги физик муносабатларни ифодалаш учун N , P , θ ва $\mathcal{G}$ ларни аниқлаш лозим ва бунда уларнинг фақат иккитаси чизиқли боғланмаган бўлади. Шундай қилиб, шу функционалларнинг ихтиёрий жуфтлигини билиш физик муносабатларни топиш учун етарли бўлади. N функционал куйидаги кўринишга эга:

$$N = \frac{AB}{1 + B^2 \vartheta^2} = AB \cos^2 \left(\frac{\sigma_3}{A} \right), \quad (4)$$

бу ерда $AB = 2G$, $B^2 = \left[\frac{2G}{G_t} - 1 \right] / (\bar{\lambda}^2 \sin^2 \theta)$. $\mathcal{G}$ яқинлашиш бурчаги учун ўзгаришнинг юқори ва қуйи чегараларини ўз ичига оладиган ва кечикиш изи $\bar{\lambda}(s_0)$ ҳисобга олинадиган турли аппроксимациялар таклиф этилган.

Аксарият масалаларда юзага келадиган синишсиз текис жараёнлар учун аниқловчи муносабатлар иккинчи бўлимда кўриб чиқилган. Изотропия постулатига кўра:

$$\bar{\sigma} = P_1 \bar{\mathbf{q}}_1 + P_2 \bar{\mathbf{q}}_2, \quad (5)$$

бу ерда $\bar{\mathbf{q}}_1 = \frac{d\bar{\Theta}}{ds}$, $\bar{\mathbf{q}}_2 = \frac{1}{\chi} \frac{d\bar{\mathbf{q}}_1}{ds}$ - Френенинг бирлик векторлари, $P_1 = |\bar{\sigma}| \cos \vartheta$,

$P_2 = -|\bar{\sigma}| \sin \vartheta$, ϑ эса $\bar{\sigma}$ ва $d\bar{\Theta}/ds$ векторлари орасидаги ўзгарувчи бурчакдир. $\mathcal{G}$ яқинлашиш бурчаги учун бу функционалнинг умумий кўриниши В.И.Малий томонидан куйидагича таклиф этилган:

$$\mathcal{G} = \int_0^s K(s, x) \chi(x) dx. \quad (6)$$

$K(x, s)$ ядроларни муқаддам таклиф этилган аппроксимациялар орасидан танлаб олиш мумкин. Изотропия постулати умумий кўринишда кучланишлар ва деформациялар ўртасидаги алоқани назарда тутди. Дифференциал кўринишда (5) тенглама куйидаги шаклга келади:

$$\dot{\bar{\sigma}} = N \bar{\mathbf{q}}_1 + (\dot{\bar{\sigma}} - N \cos \vartheta) \bar{\sigma} + M \bar{\mathbf{q}}_3,$$

$M = \sigma \chi_2 \sin \vartheta_1$, χ_2 - эгри чизикнинг буралиш параметри (иккинчи эгрилик).

Кичик буралиши эгри чизик куйидагича қабул қилиниши мумкин (компланарлик гипотезаси):

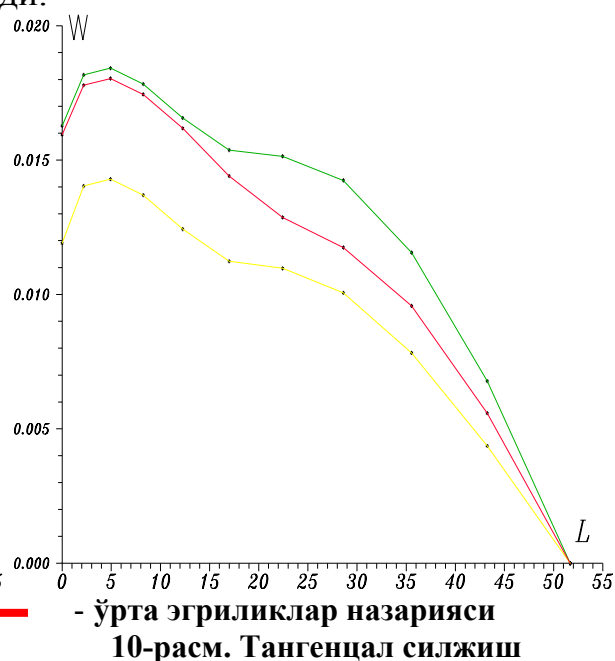
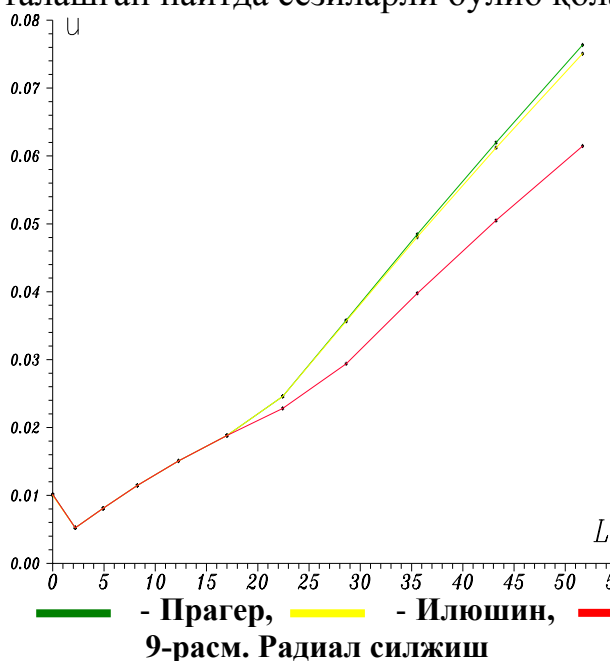
$$d\bar{\sigma} = Nd\bar{\vartheta} - (N - P) \frac{\bar{\sigma} d\bar{\vartheta}}{\sigma^2} \bar{\sigma}, \quad (7)$$

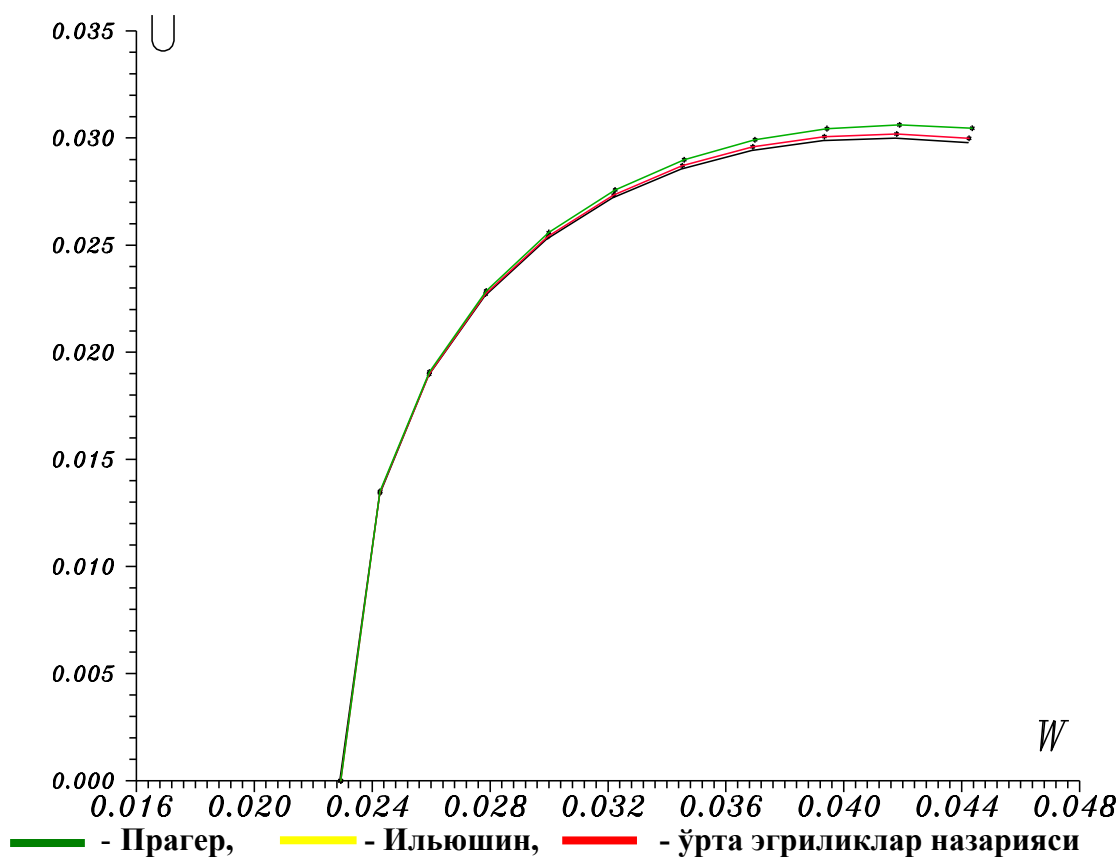
бу ерда умумий ҳолда $N = \frac{d\vartheta/ds - \chi}{\sin \vartheta} \sigma$, $P = \frac{d\sigma}{ds} \frac{1}{\cos \vartheta}$, $\frac{d\vartheta}{ds} = K(s, x)\chi(s)$.

Учинчи бўлимда кўп параметрли юкланиш шароитида цилиндрик қобикларнинг мураккаб юкланиши ва пластиклик функционаллари учун олинган тажриба маълумотларини ҳисобга олган ҳолда уларнинг КДХ кўриб чиқилган.

Параболоиднинг юкланишини кўриб чиқамиз (пўлат-3). Ҳар бир кесимда икки бўғинли синик чизик кўринишидаги мураккаб юкланиш жараёни юзага келади. Ҳисобларда Илюшин ва Прагер назариялари кўчишларнинг амалдагидан катта қийматларини беришди (9,10-расмлар) ва юкланиш жараёни ривожланган сари фарқ ошиб борди.

Кейинги мисол тариқасида чўзувчи куч ва ташқи босим таъсирида гиперболоиднинг юкланиши кўриб чиқилган. Бу мисол шуниси билан қизиқки, қаралаётган қобикда гаусс эгрилиги манфий қийматга эга. Ташқи юкланиш кетма кет қуйилган ташқи кучдан иборат. Ушбу мисолда қобикнинг кесимларида кўриб чиқилган юкланиш траекториялари 15° дан ортмайдиган синиш бурчакларига эга бўлишди. Натижалардан кўриш мумкинки (11-расм, U ва W - радиал ва тангенциал силжишлари), турли назариялар томонидан олинган қийматлар бир-бирига яқин. Шундай қилиб, икки бўғинли мураккаб юкланиш жараёнларида мураккаб юкланишни ҳисобга олиш синиш бурчаги катталашган пайтда сезиларли бўлиб қолади.





11-расм. Қобик юзасидаги силжишлар

Тўртинчи бўлимда изотроп материаллар учун олинган тажриба маълумотлари трансверсал-изотроп материалларнинг аниқловчи муносабатларини куриш учун мослаштирилган. Жисмларни инвариантлар назариясини қўллашга асосланган Б.Е.Победрянинг услубиётига амал қилган ҳолда изотроп қисмлар каторига ажратиб, шу қисмларнинг ҳар бирига изотропия постулатини қўллаш мумкин.

Шу асосда қуйидаги муносабатлар юзага келади:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{\mathbf{P}}}{dp} = \frac{\bar{\mathbf{P}}}{|\bar{\mathbf{P}}|} \left(\frac{d\bar{\mathbf{P}}}{dp} - \bar{\mathbf{P}} \cos \varphi_1 \frac{\chi_{11} - \dot{\varphi}_1}{\sin \varphi_1} \right) + \mathbf{q}_{11} \left(\frac{\bar{\mathbf{P}}}{\sin \varphi_1} \frac{\chi_{11} - \dot{\varphi}_1}{\sin \varphi_1} \right) - \bar{\mathbf{P}} \chi_{12} \sin \varphi_1 \mathbf{q}_{13}, \\ \frac{d\bar{\mathbf{Q}}}{dq} = \frac{\bar{\mathbf{Q}}}{|\bar{\mathbf{Q}}|} \left(\frac{d\bar{\mathbf{Q}}}{dq} - \bar{\mathbf{Q}} \cos \varphi_2 \frac{\chi_{21} - \dot{\varphi}_2}{\sin \varphi_2} \right) + \mathbf{q}_{21} \left(\frac{\bar{\mathbf{Q}}}{\sin \varphi_2} \frac{\chi_{21} - \dot{\varphi}_2}{\sin \varphi_2} \right) - \bar{\mathbf{Q}} \chi_{22} \sin \varphi_2 \mathbf{q}_{13}; \end{cases} \quad (8)$$

бу ерда $\bar{\mathbf{Q}}$, $\mathbf{q}$, $\bar{\mathbf{P}}$ ва $\mathbf{p}$ трансверсал изотропия фазосидаги тегишли кучланиш ва деформациялар траекторияларининг узунликлари, φ_1 ва φ_2 – яқинлашиш бурчаклари, χ_{ij} – эгриликлар қийматлари.

Агар $\chi_{12} = \chi_{22} = 0$ деб қабул қилсак, биз компланарлик гипотезасига асосланган тенгламаларга эга бўламиз:

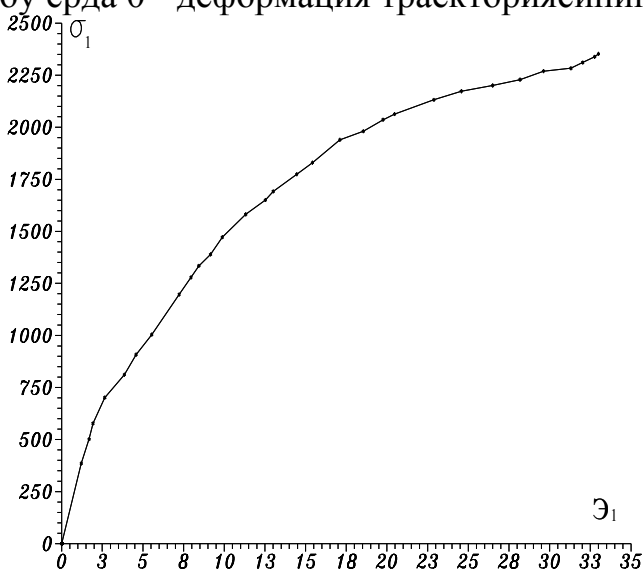
$$\begin{cases} \frac{d\bar{\mathbf{P}}}{dp} = \frac{\bar{\mathbf{P}} \mathbf{q}_{11}}{|\bar{\mathbf{P}}|} \frac{\bar{\mathbf{P}}}{|\bar{\mathbf{P}}|} (M_1 - N_1) + \mathbf{q}_{11} N_1, \\ \frac{d\bar{\mathbf{Q}}}{dq} = \frac{\bar{\mathbf{Q}} \mathbf{q}_{21}}{|\bar{\mathbf{Q}}|} \frac{\bar{\mathbf{Q}}}{|\bar{\mathbf{Q}}|} (M_2 - N_2) + \mathbf{q}_{21} N_2. \end{cases}$$

Агар φ_1 ва φ_2 бурчаклари кичик бўлса, биз классик Илюшин назариясига келамиз. M_1, N_1, M_2, N_2 коэффициентларининг қийматларини ўзгартириб трансверсал изотроп мухитлар учун турли пластиклик назарияларининг вариантларига эга бўламиз. Мисол учун $M_1=N_1=2G, M_2=N_2=2G'$ бўлганда анизотроп эластик жисм учун муносабатларга эга бўламиз, $M_1=2G, N_1=dP/dp=F(\varepsilon), M_2=2G', N_2=dQ/dq=F'(\varepsilon)$ бўлганда эса Прагер назариясини ҳосил қиламиз. (8) даги коэффициентларни танлаб олиш А.А.Халджигитов томонидан таклиф этилган назарияга олиб келади. Шундай қилиб, таклиф этилган модел хусусий ҳолда классик пластиклик тамойили билан устма-уст тушади. Ушбу модел редукция қилинган кам сиқилувчан стандарт материал учун таклиф этилган ва текис траекториялар учун ўтказилган тажрибалар асосида қурилган, шу туфайли мураккаб фаол юкланиш шароитида текис масалаларни ечиш учун тавсия этилади. Шунинг таъкидлаш лозимки, текис кучланишли ҳолат ва текис деформация учун биз фақатгина битта икки ўлчовли $P_1 \sim P_2$ фазога эга бўламиз.

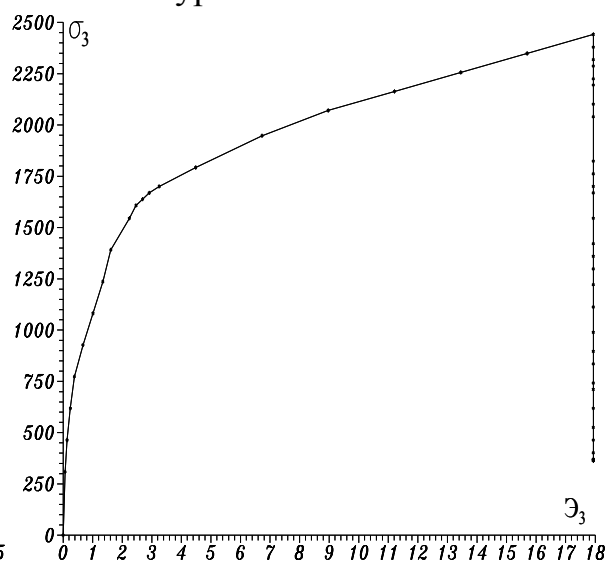
Тажриба вақтида кинематик турдаги МЮ қурилмасида Д-16 материалининг статик юкланиш шароитидаги ҳолати бобнинг бешинчи бўлимида кўриб чиқилган. Чўзилиш ва бураш бўйича ўтказилган тажрибалар натижасида (6 та тажриба) Д-16 қотишмасининг кучсиз анизотропияси аниқланди (14% гача). № 45, 18 намуналар чўзилди, №38, 10, 8, 15 намуналар эса буралди. Бир хилдаги юкланиш шароитида натижаларнинг тарқоқлиги 3% дан ошмади.

Дастлабки буралиш ва дастлабки чўзилиш шароитида синиқ чизиқлар кўринишидаги деформация траекториялари бўйича тажрибалар ўтказилиб, локал диаграммалар олинди (№10 рақамли намуна учун 12-13-расмлар).

Кўриш мумкинки, $\sigma_1 \sim \varepsilon_1$ диаграмма (12-расм) 1 бобда тавсифланган изотроп металлларга хос бўлган характерга эга бўлади ва уни қуйидаги кўринишда аппроксимациялаш мумкин: $\sigma_1 = A \arctg B \varepsilon_1 / \sin^2 \theta, \varepsilon_1 \sin \theta = \Delta s$, бу ерда θ - деформация траекториясининг синиш бурчаги.



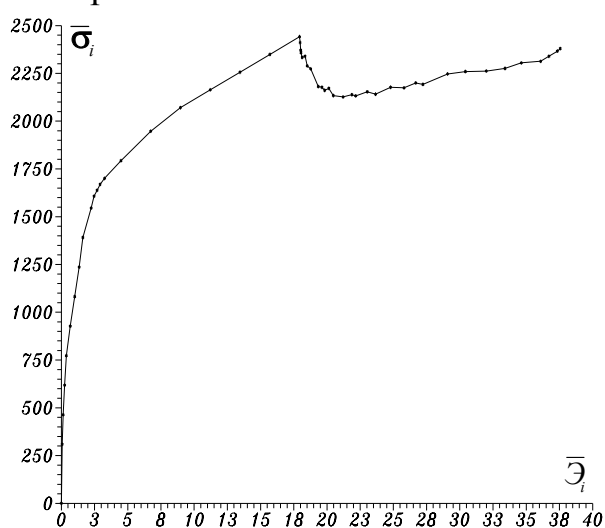
12-расм. Юкланиш жараёни $\sigma_1 \sim \varepsilon_1$



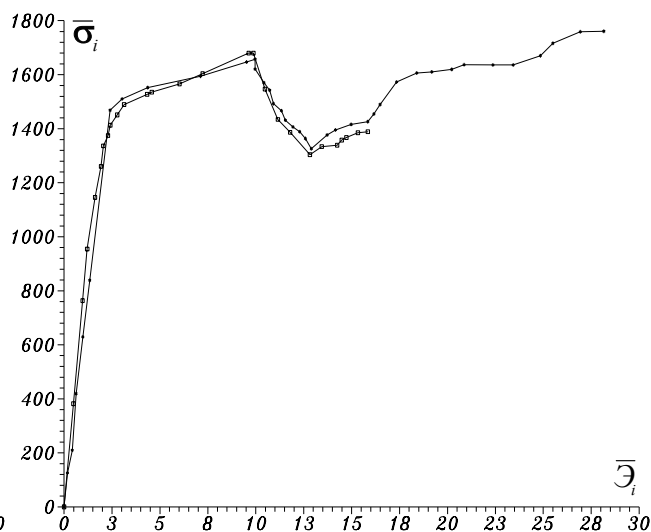
13-расм. Юкланиш жараёни $\sigma_3 \sim \varepsilon_3$

Материал скаляр хоссаларининг кечикиш излари графикда яққол кўриниб турибди. Биринчи графикда (14-расм) дастлабки буралиш вақтидаги

юкланиш, иккинчисид а эса (15-расм) дастлабки чўзилиш вақтидаги юкланиш тасвирланган.



Намуна №10
14-расм. Юкланиш диаграммаси



□- намуна № 18, * - намуна № 41
15-расм. Юкланиш диаграммаси

Яқинлашиш бурчагини ўрганиш асосида шуни аниқ айтиш мумкинки, пластик деформацияларнинг ривожланиши қанчалик катта бўлса, $\cos\vartheta$ нинг пасайиши ҳам шунчалик тезлашади. Бунда яқинлашиш бурчагининг ўзини тутиши юқорида келтирилган аппроксимациялар доирасида ётади. Бу эса ушбу материал учун аввал қабул қилинган аппроксимацияларни қўллаш мумкинлиги учун асос бўлиб хизмат қилади.

Диссертациянинг учинчи бобида мураккаб юкланиш вақтида юзага келадиган изотроп материалларнинг фундаментал хоссалари ва уларнинг технологик масалаларни ечишда қўлланилиши кўриб чиқилган. В.Ю. Столбов, Н.А.Корякин ва В.Н.Лебедев ишларида металлларга босим таъсирида ишлов берилганда мураккаб деформациялар шароитида ташқи кучларнинг иши оддий юкланишдагига нисбатан кам бўлиши мумкинлиги аниқланган.

Биринчи бўлимда ЎзР ФА МИСМИда ўтказилган тажрибалар асосида металлнинг мураккаб юкланиш шароитида пластик шакл ўзгаришининг кучи оддий чўзилиш, силжиш ва бошқа кўринишдаги оддий юкланишдагига нисбатан пасайиб кетиши кўриб чиқилган. Бу ходисалар Дракернинг ассоциациялашган оқиш қонуни ва унинг мураккаб юкланишдаги градиенталлик таъмоилининг мураккаб юкланиш шароитида бузилишига олиб келади. Ходж ва Прагернинг умумий ифодасида тўлиқ деформацияларнинг орттирмалари қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$d\varepsilon_{ij} = H_{ijkl} d\sigma_{kl} + 0.5 [P(J_2, J_3) s_{ij} + Q(J_2, J_3) \frac{\partial J_3}{\partial s_{ij}}] df ,$$

бу ерда биринчи қўшилувчи деформациялар орттирмасининг эластик ташкил этувчиси, иккинчи қўшилувчи унинг пластик ташкил этувчиси, J_2 ва J_3 кучланишлар девиаторининг инвариантлари, s_{ij} — кучланишлар девиаторининг компоненталари, H_{ijkl} — мойилликнинг эгилувчан коэффицентлари матрицаси, df — юкланиш сирти, $d\varepsilon_{ij}$ ва $d\sigma_{kl}$ — мос равишда деформациялар ва куч-

ланишлар тензорининг орттирмалари. Оқувчанлик сирти бўйлаб ҳаракат қилганда (нейтрал юкланиш) деформацияларнинг пластик ташкил этувчилари мавжуд бўлмаслигини аниқлаш мумкин. Деформациялар фазосида оқувчанлик сиртини куриш борасидаги уринишлар худди нейтрал юкланиш шароитидаги натижаларни беради. Бу тажриба маълумотлари пластик деформация вақтида мураккаб юкланишнинг ишнинг катталигига таъсири оддий юкланишдагига нисбатан сезиларли даражада кичик бўлади деб ҳисоблаш учун асос бўлади.

Бу эффектни Илюшин жараёнларининг эластик-пластиклик назарияси ва материалларнинг вектор ҳамда скаляр хоссаларининг кечикиш тамойили асосида тушунтириб бериш мумкин. Қуйидаги **леммани** таклиф этамиз: жисмининг пластик деформацияси жараёнида керакли шаклга эга бўлиш учун ташқи кучлар ишининг минимумига фақатгина синишли деформациялар жараёнларини амалга ошириш орқали эришиш мумкин.

Бу эса ташқи кучларнинг иш минимумига эришиш учун кўп бўғинли деформациялаш жараёнларини амалга ошириш лозим эканлигини билдиради.

Иккинчи бўлимда кучланиш траекториясини оптимал бошқариш масаласи кўриб чиқилган. Шакл ўзгаришига сарфланадиган иш миқдорини қуйидагича ифода этамиз: $\int_0^s \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon} = \int_0^s \sigma \cos \vartheta ds$. Деформация жараёнининг геометриясига баъзи бир чекловлар киритамиз. Кўп бўғинли траекториянинг барча бўғинлари (n та бўғин) Δ узунликка эга, траектория синиқ чизик кўринишида ($\beta_i = \pm x$, $|\beta_i| \leq \pi/2$) ва ҳар бир бўғиндаги яқинлашиш бурчакларининг ўзгариши бир хил бўлади деб қабул қиламиз.

Синиш бурчаги қандай бўлганида $\int_0^s \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}$ функционал минимумга эга бўлишини аниқлаймиз. Леммадан келиб чиқадики, шакл ўзгариши ишини минималлаштириш учун синишли жараёнларни қараб чиқиш лозим. Бундай танлаш шароитида умумий ҳолда n бўғинлар сони, уларнинг узунлиги $\Delta s^{(l)}$ ва синиш бурчаклари $\beta^{(l)}$ номаълум бўлади. Реал жараёнларда кучланишлар ёки деформациялар фазосида берилган нуқтага етишиш масаласи қўйилади.

Деформация жараёнининг барча бўғинлари ва кучланишлар вектори компланар бўлган деформация траекториясини кўриб чиқамиз. Бу деформация ҳолати пластиклик назариясининг кўпчилик текис масалаларининг кенг синфига жавоб беради. Умумийликни чекламаган ҳолда изотропия постулатига кўра жараёнларни $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_2$ текислигида кўриб чиқиш мумкин. Бу ҳолда кучланишлар вектори йўналтирувчи косинусларини аниқлаш масаласи яқинлашиш қонуни асосида ечилиши мумкин. Қуйидаги асосий катталикларни киритамиз: $\alpha^{(l)}$ ($l=1, n$) – деформация траекториясининг ОЭ₁ ўқиға оғиш бурчаклари, $\beta^{(l)} = \alpha^{(l)} - \alpha^{(l-1)}$ ($l=2, n$) – деформация траекториясининг синиш бурчаклари, $\gamma_{(l)} = [\bar{\sigma} \Delta \bar{\varepsilon}^{(l)}]$ ($l=1, n$) – кучланишлар векторининг синиш нуқтасида (деформация участкасида) аввалги бўғинга нисбатан оғиш бурчаклари, $\theta^{(l)} = \gamma_{(l-1)} + \beta^{(l)}$ ($l=2, n$) – кучланишлар векторининг синиш нуқтасида

(деформация участка) кейинги бўғинга нисбатан оғиш бурчаклари. Бурчакларнинг мусбат йўналиши деб аввалги бўғиндан кейинги бўғинга соат миля ҳаракати йўналишида ўтиши қабул қилинди.

$$S_{in} \leq s \leq S_{ult}, \quad \vartheta \leq \pm \frac{\pi}{2} \text{ чекланишлар остида қуйидаги функционалнинг ми-}$$

нимумини топамиз: $J = \min_{S_{in}} \int_{S_{in}}^{S_{ult}} \sigma \cos \vartheta ds$. Яқинлашиш бурчаги

$\vartheta = C \operatorname{arccctg}(r/\bar{\lambda} \Delta s)$ кўринишида олинса (бу ерда $C=2\theta/\pi$, $r = -b \bar{\lambda} \ln(\theta + 1)$),

бўғинлар узунлиги Δs тенг бўлганида β функцияси учун масаланинг ечими

қуйидагича бўлади: $\beta^{(l)} = \pm \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arccctg} \left(\frac{r}{\bar{\lambda}} \Delta s \right) \right)$. Асосий масалага

$(\vartheta_1')^2 + (\vartheta_2')^2 \geq (\vartheta_2^{l-1})^2 + (\vartheta_1^{l-1})^2$ кўринишидаги чекланишлар киритилганда ечим

қуйидагича бўлди: $\beta^{(l)} = (-1)^{l-1} \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arccctg} \left(\frac{r}{\bar{\lambda}} \Delta s \right) \right)$.

Беш ўлчовли вектор фазосидаги ҳар қандай деформация ҳолатига текис кўп бўғинли траектория кўринишида эришиш мумкин бўлади. Шундан келиб чиққан ҳолда, қуйидаги **тасдиқни** шакллантирамиз: Изотроп материалга куч таъсир қилганида ҳар доим фаол мураккаб юкланиш жараёни мавжуд бўлади ва унда ташқи кучлар бажарадиган иш худди ўша деформация ҳолатига олиб келадиган оддий юкланишдагига нисбатан кам бўлади.

Бобнинг учинчи бўлимида шакл ўзгартириш ишларини камайтиришга эришиш мумкин бўлган бир қатор технологик масалалар кўриб чиқилган. Бу йўналишда Н.Н.Столяров, L.Sadok & S.Urbansky ва А.С.Пшенишнюкнинг ишлари мавжуд.

Латун қувурнинг цилиндрик матрица бўйлаб судралиш жараёнини ташқи ўқ кучи $P_0=26948$ Па бўлганида кўриб чиқамиз (конусли матрицанинг ясовчиси $y = C - ax$, $C=113.75$, $a=5.67$, матрицанинг учидаги бурчак 10^0 ни ташкил этади). Ишқаланиш коэффициентини $f=0.3$ деб оламиз. Қувурнинг матрица деворига босими параметри $k=0.15$ бўлган ишқаланиш кучига

боғлиқ бўлади. Бу ҳолда ташқи юклама: $q_1 = \frac{F}{f \pi L(r_0 + r_n)}$, $q_n = -q_1 k$. Кучла-

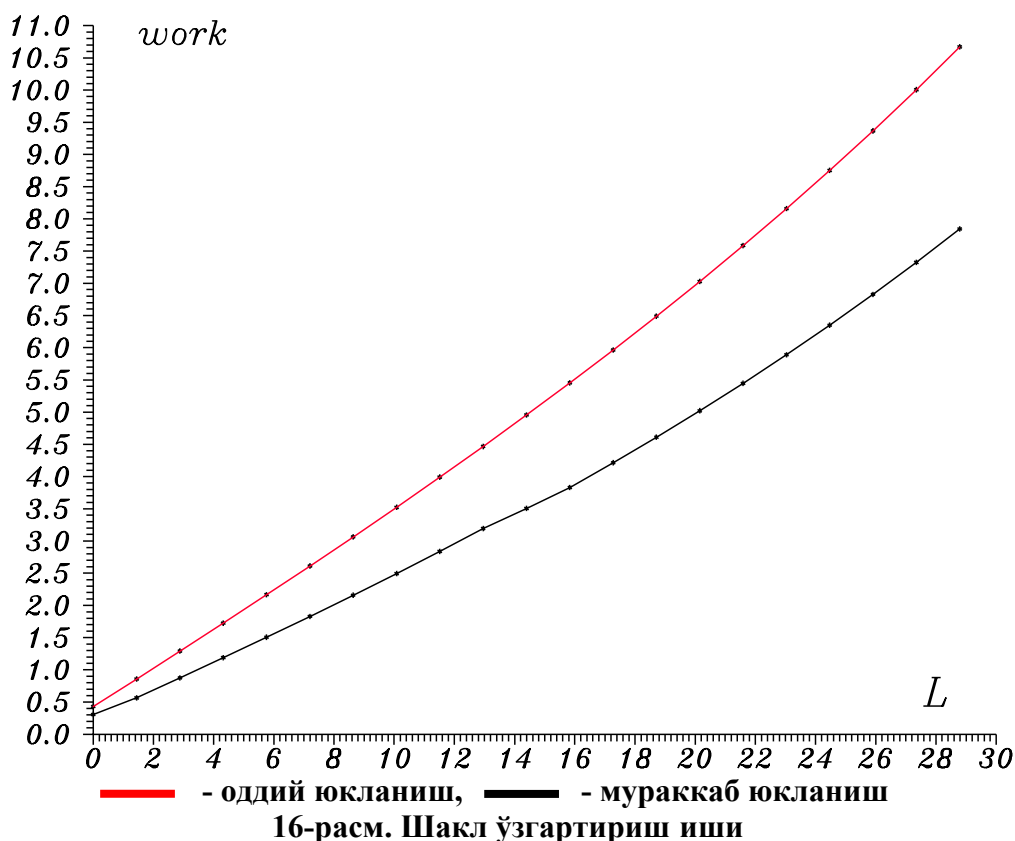
ниш ва деформация векторлари орасидаги боғлиқлик диаграммасини қуйидаги кўринишда қабул қиламиз:

$$\bar{\sigma} = A \operatorname{th}(\beta \vartheta), \quad \vartheta = \frac{1}{\beta} \operatorname{arth}(\bar{\sigma}/A), \quad A = \sigma_{\infty}, \quad \beta = 2G / \sigma_{\infty}, \quad \sigma_{\infty} = \frac{5}{3} \bar{\sigma}_s,$$

$$\sigma_s = 117 \text{ МПа}, \quad E = 113796 \text{ МПа}, \quad \mu = 0.348.$$

$\int_{s_0}^s \bar{\sigma} d\bar{\vartheta}$ миқдорни кўриб чиқамиз, чунки айнан ишнинг ана шу қисми

шакл ўзгариш жараёнига кетадиган харажатларни камайтириш имконини беради. Кўриниб турибдики (16-расм), мураккаб юкланишдаги иш оддий юкланишдагига нисбатан кам бўлади.



Диссертациянинг тўртинчи бобида Илюшиннинг аппроксимацияловчи муносабати асосида ва мураккаб юкланишни ҳисобга олган ҳолда пластик масалаларини ечиш учун интеграл тенгламалар усули кўриб чиқилган.

Чегаравий элементлар тўғри усулини қараймиз. Пластик назарияси масалалари учун Сомильяна айнияти муаллақ боғланмаслик усулини қўллаган ҳолда деформацияланувчи қаттиқ жисм механикаси тенгламалари асосида келтириб чиқарилади:

$$\dot{\sigma}_{ij,j} + b_j = 0 \quad \dot{p}_i - \delta_{ij} n_j = 0 \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}),$$

бунда $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl}$ - бошланғич деформациялар, $\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij}^* + \dot{\sigma}_{ij}^{pl}$ сифатида қаралди,

$$\dot{\sigma}_{ij}^* = C_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}.$$

Шундай қилиб, чегаравий интеграл тенгламани келтириб чиқаришда тўлиқ деформация эластик ва пластик деформациялар йиғиндисидан иборатлиги тўғрисидаги гипотеза ва юксизлантириш эластиклик қонуни бўйича амалга ошади деган тахминлар қўлланилган. Шу қоидалардан келиб чиққан ҳолда Сомильяна айнияти бошланғич деформациялар орқали қуйидагича ёзилади:

$$\dot{u}_j = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \dot{p}_j d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{ij}^* \dot{u}_j d\Gamma + \int_{\Omega} u_{ij}^* \dot{b}_j d\Omega + \int_{\Omega} \sigma_{jki}^* \dot{\varepsilon}_{jk}^{pl} d\Omega. \quad (9)$$

(9) тенглама муаллақ боғланмасликлар усули ёрдамида қурилгани учун кўриб чиқиладиган сирт (Келлог бўйича регуляр ва албатта силлиқ бўлмаган), умуман олганда ён ёқларга ва бурчакларга эга бўлиши мумкин. Вазн

қийматлари $u_{ij}^*(\xi, x)$, $p_{ij}^*(\xi, x)$ дастлаб Гёльдер шартини қаноатлантирадиган ва муайян силлиқликка эга бўлган ихтиёрий функциялар кўринишида танлаб олиниши мумкин. Бизнинг ҳолда Келвиннинг фундаментал ечимлари қўлланилади.

Чегаравий интеграл тенглама куйидаги кўринишга эга:

$$c_{ij}(\xi) \dot{u}_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^* \dot{u}_j(\xi) d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \dot{p}_j d\Gamma + \int_{\Omega} u_{ij}^* \dot{b}_j d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_{ijk}^* \dot{\sigma}_{jk}^{pl} d\Omega. \quad (10)$$

Бобнинг биринчи бўлимида чегаравий интеграл тенглама ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги масаласи кўрилган. Интеграл тенглама ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги функцияларга қўйилган муайян чекланишлар билан сиқувчи акс эттиришлар усули ёрдамида исботланган.

$x = x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ларни n ўлчовли фазодаги аниқланиш соҳаси координатлари деб оламиз. Ўз моҳиятига кўра y метрикаси $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{k=1}^n (y_k - x_k)^2}$

бўлган ва n ўлчовли Эвклид фазосини ҳосил қиладиган n та ҳақиқий сонларнинг тартибланган гуруҳидир. Барча $x = x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ нукталар тўпламини $\{\Omega\}$ орқали белгилаймиз.

$\{\Omega\}$ тўпланда аниқланган ва қийматлар соҳаси $\{N\}$ тўплани ташкил этувчи $u_i = u_i(x_1, \dots, x_n)$ ($i = 1, m$) функцияларни киритамиз. Агар u_i лар координата сифатида қаралса, $\mathbf{u} = \mathbf{u}(u_1, u_2, \dots, u_m)$ лар метрикаси $\rho(\mathbf{f}, \mathbf{g}) = \max_{\substack{i=1, m \\ x \in \Omega}} |g_i - f_i|$

бўлган, $\tilde{C}[N[\Omega]]$ ёки қисқача $\tilde{C}[\Omega]$ вектор функциялар фазосини ҳосил қиладиган чизикли фазони ташкил этувчи узлуксиз вектор $\{\mathbf{u}\}$ функциялар тўпламини ифода этади.

Лемма. Агар $\mathbf{u} = \mathbf{u}(u_1, u_2, \dots, u_m)$ векторли функциялар кетма-кетлиги $\tilde{C}[\Omega]$ да фундаментал бўлса, бу $\{\mathbf{u}^k\}$ векторли функциялар кетма-кетлигининг $\tilde{C}[\Omega]$ метрикаси маъносида бир текис яқинлашишини билдиради.

Чегаравий интеграл тенгламани вектор кўринишида тасвирлаймиз. Скаляр кўпайтмани $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_i v_i$ кўринишда қабул қиламиз, умумий ҳолда:

$$\lambda \mathbf{y} + \int_{\Gamma} \mathbf{f} \mathbf{y} d\Gamma + \int_{\Gamma} \mathbf{g} \mathbf{L}(\mathbf{y}) d\Gamma = C_2,$$

$$\text{бу ерда } C_2 = -\mathbf{c} \tilde{\mathbf{u}} + \int_{\Gamma_1} \mathbf{u}^* \tilde{\mathbf{p}} d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \mathbf{p}^* \tilde{\mathbf{u}} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Omega - \Gamma_1} \sigma^* \varepsilon^{pl} d\Omega.$$

Тўлиқ метрик фазодаги ҳар қандай сиқувчи акс эттириш фақатгина битта ҳаракатсиз нуктага эга бўлгани учун $\tilde{C}[\Omega]$ тўплани ўзига акслантирамиз ва интеграл тенгламанинг ечимига эга бўладиган шартларини топамиз:

$\lambda^{-1} \left[\left| \int_{\Gamma} \mathbf{f} d\Gamma \right| + |\mathbf{E}| \left| \int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma \right| \right] < 1$ шарти ва $\mathbf{L}$ оператори $\mathbf{y}$ аргумент бўйича Липшиц шартига $\rho(\mathbf{L}\mathbf{y}_1, \mathbf{L}\mathbf{y}_2) \leq |\mathbf{E}| \rho(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$ бўйинса.

Тасдиқ: (10) интеграл тенгламанинг ечими $\left[\left| \int_{\Gamma} \mathbf{f} d\Gamma \right| + |\mathbf{E}| \left| \int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma \right| \right] < \lambda$ шарт бажарилганда мавжуд ва ягона бўлади.

Кўриниб турибдики, $\int_{\Gamma} u_{ij}^* d\Gamma$ мавжуд бўлади, агар интеграл остидаги функция Келвин фундаментал ечими кўринишида танлаб олинган бўлса. $\int_{\Gamma_2} p_{ij}^* d\Gamma_2$ интеграл Кошининг бош қиймати маъносида мавжуд бўлади, чунки

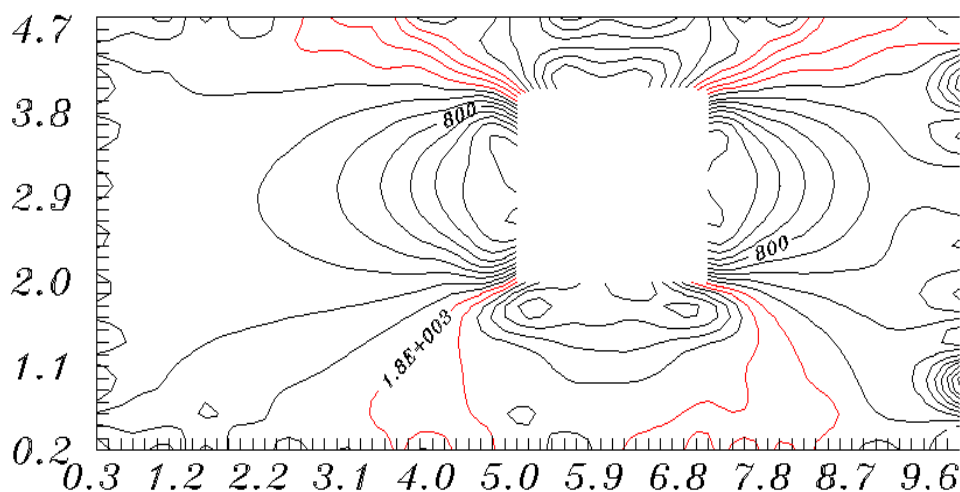
$p_{ij}^* = \frac{M(\xi, x)}{r^2} \cdot |\mathbf{E}|$ катталиги 0.001 дан ошиб кетиши мумкин эмас, чунки кичик деформациялар Коши муносабатларини қаноатлантиради деб қаралди. $\int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma$ интеграли ҳам Коши бош қиймати маъносида мавжуд бўлади. Ясси сирт учун λ^{-1} матрицанинг диагонал компонентлари 2 га тенг ва бурчак ҳамда қирралардаги нуқталар учун ҳам чекланган бўлади.

Шундай қилиб, кўриб чиқиладиган регуляр силлиқ чегаралар учун (10) интеграл чегаравий тенглама ечимининг мавжуд бўлишлик шартларининг бажарилиши яққол кўринади. Шуни таъкидлаш лозимки, келтириб чиқарилган шарт ечимнинг ягона ва мавжуд бўлиши учун етарли бўлади, бироқ зарурий бўлмайди.

Иккинчи бўлимда компланарлик гипотезасининг аппроксимацияловчи муносабатлари асосида пластиклик масаласининг қўйилиши келтирилган. Кучланиш ва деформациялар орасидаги муносабатларни қуйидагича қабул қиламиз:

$$d\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{N} d\tilde{\sigma}_{ij} - \frac{N-P}{NP} \frac{\tilde{\sigma}_{ij} d\tilde{\sigma}_{ij}}{\sigma_i \sqrt{2/3}} \tilde{\sigma}_{ij}, \quad (11)$$

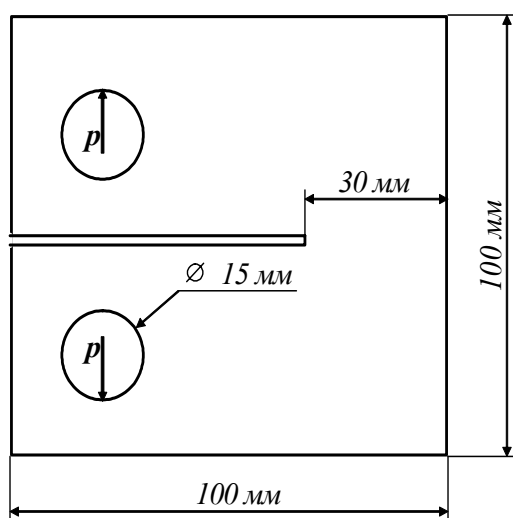
бу ерда N, P – жараён функционаллари бўлиб, улар турли қийматларни қабул қилиб, (11) муносабатларни пластиклик назариясининг хусусий кўринишлари сифатида намоён этади. Материал жисмида юзага келадиган юкланиш жараёнларини намоёйиш этиш учун қирқимли (кучланишлар концентраторили) намунанинг юкланиши кўриб чиқилган. Юқори чегара эркин, қуйи чегара шарнирли тиралган, ён томонларига $P=1.27 \text{ МН/м}$ чўзувчи кучлари қўйилган деб қаралди. Материал характеристикалари қуйидагича: $E=206 \text{ ГПа}$, $\sigma_s=117.7 \text{ МПа}$, $\nu=0.3$, $E_k=0.3E$. 17-расмда кучланишларнинг изолиниялари келтирилган. Кузатиш мумкинки, кучланишлар концентрацияси кесиб олинган жой бурчаклари атрофида юқори бўлади.



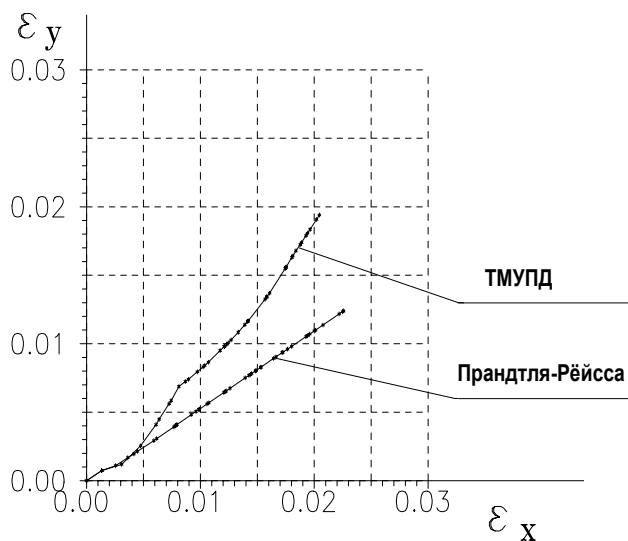
17-расм. Кучланишлар изолиниялари

Турли назариялар бўйича ҳисоб-китобларнинг фарқи мураккаб юкланиш яққол намоён бўладиган масалаларда, яъни кўп параметрли юкланишда ёки жисмларда кучланишлар концентратори мавжуд бўлганида юзага келади. Қуйидаги мисол буни намоиш этади. Пластинанинг қирқиб олинган жойидаги учлар (18-расм) учун деформацияланадиган муҳит юкламасини топиш масаласининг ечимини ва қурилган деформация траекторияларини (19-расм) кўриб чиқамиз.

Бобнинг учинчи бўлими мураккаб юкланиш шароитида пластиклик масалалари учун узилишли кўчишлар усулини жорий этишга бағишланган. Бузилишлар механикаси масалалари учун чегаравий интеграл тенгламалар усулини қўллаш В.З.Партон ва Е.М.Морозов ишларида кўриб чиқилган бўлиб, бу ёндашув ўхшаш масалаларни ечиш учун энг қулай ҳисобланади. Битта ёки бир нечта тор қирқимли ёки тирқишлари бўлган жисмлар масалаларини ечишга ёндашувлардан бири узилишли кўчишлар шаклидаги чегаравий элементлар усулини қўллаш қабул қилинган. Шунга ўхшаш масалалар геомеханикада ва турли янги материалларнинг янги белгиловчи муносабатлари мавжудлиги туфайли катта қизиқиш ўйғотади.

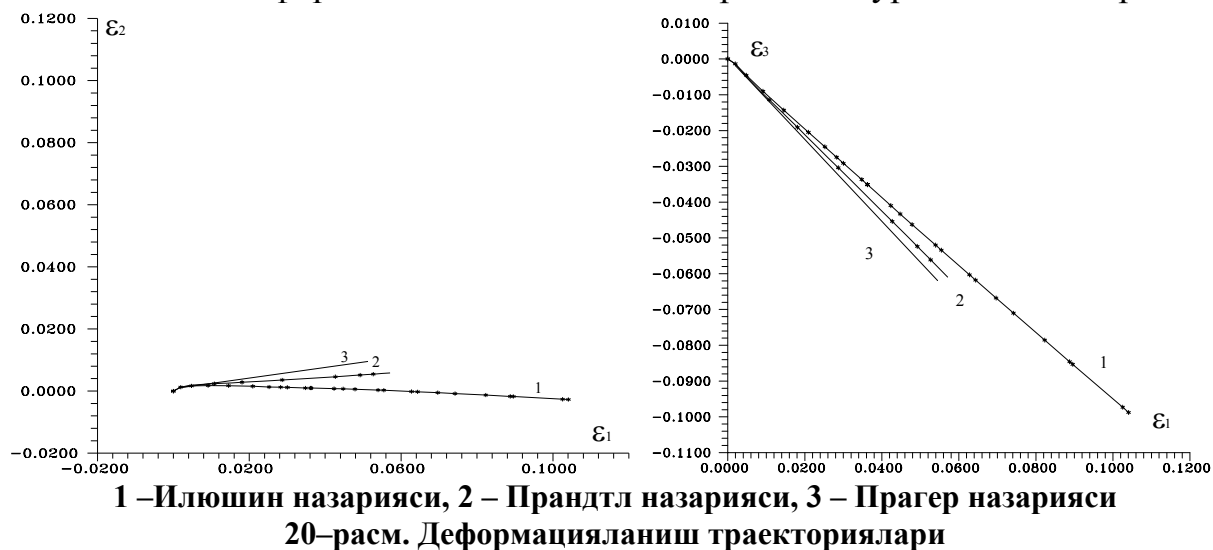


18-расм. Қирқиб олинган пластина



19-расм. Ёриқ учидagi деформация траекторияси

Битта чегаравий қирқимга эга бўлган намунанинг чўзилиши тўғрисидаги масала кўриб чиқилган. Ҳисоблашлар Прандтл-Рейсс, Прагер назариялари ва Ильюшиннинг деформацион пластиклик назариясига кўра амалга оширилган.

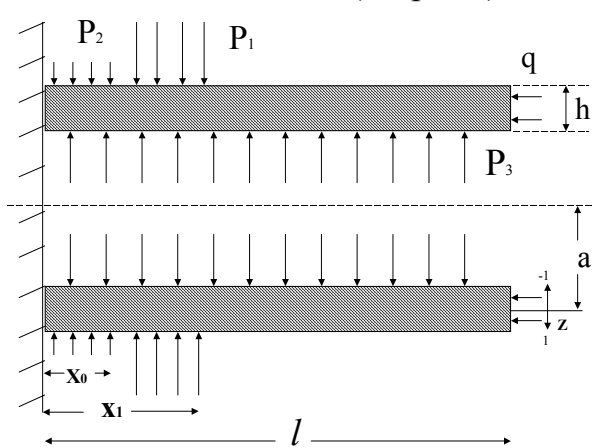


Ҳисоблашлар шуни кўрсатдики, деформация траекториялари мураккаб ўртача эгрилик кўринишида келиб чиқди.

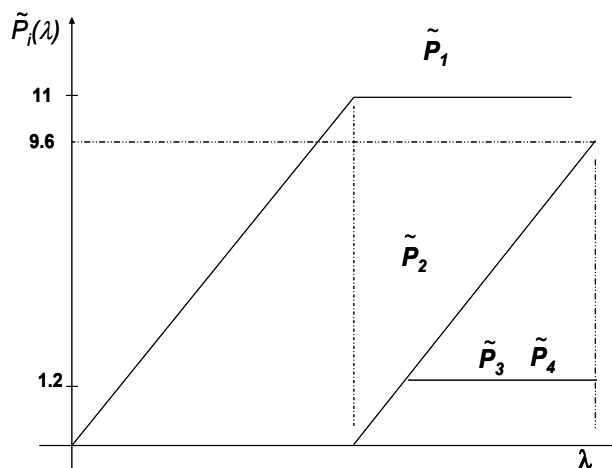
Ўртача эгриликка эга бўлган траекториялар учун Прагер ҳамда Прандтл ва Илюшин назариялари бўйича ҳисоблашлар натижаларини солиштирамиз. 20-расмда турли текисликлардаги деформация траекториялари тасвирланган ва кўриш мумкинки, Прагер назарияси бўйича олинган натижалар Прандтл назарияси натижаларига яқин туради (четланиш 5% дан ошмайди).

Аксарият амалий масалаларда уч ўлчовли жисмлар геометрияси ва ташқи кучлар тизими шундай бўладики, уларни ўққа нисбатан симметрик масалалар сифатида қараш мумкин. Бобнинг тўртинчи бўлимида айнан шундай ёндашув ишлаб чиқилган ва синаб кўрилган.

Чап бурчакда қаттиқ мустаҳкамланган ва ўнг учига чўзадиган куч қўйилган цилинрик қобикнинг юкланиши масаласи кўриб чиқилган. Шунингдек, бошқа ташқи кучлар ҳам ҳисобга олинган: ҳалқали ташқи сиқувчи куч, ички босим ва қисиб олиш участкасига бирикадиган жой бўйича тақсимланган юклама (21-расм).

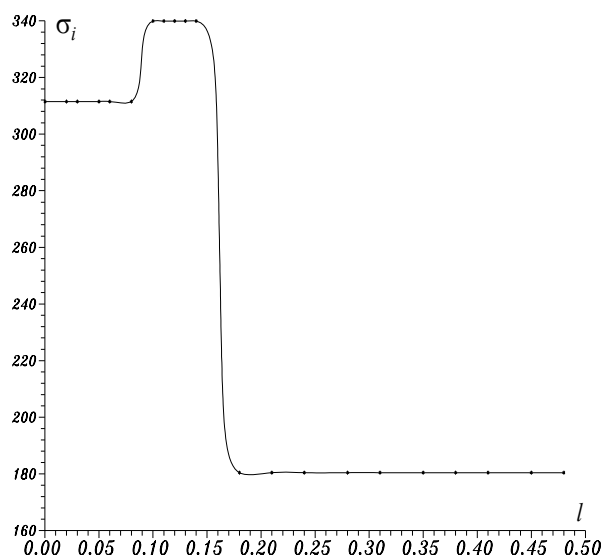


21-расм. Мураккаб юкланган цилиндрик қобик

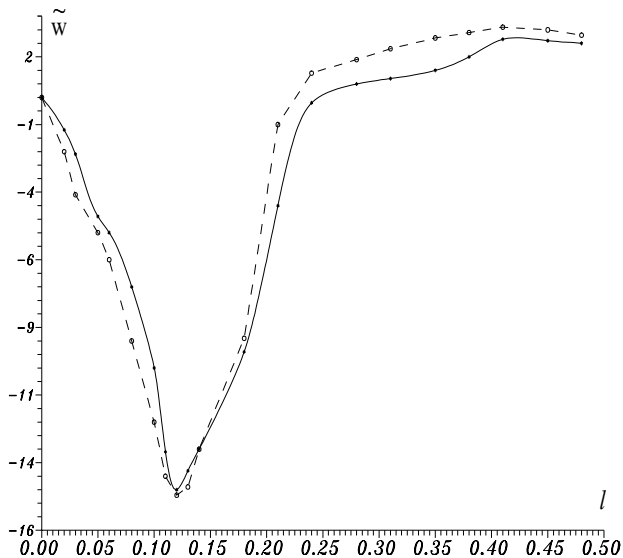


22-расм. Кучларнинг қўйилиш кетма-кетлиги

Кучларнинг қўйилиш кетма-кетлиги 23-расмда кўрсатилган. Олинган ечим масаланинг МЮ-ЭХМ усули ечими билан солиштирилган. 24-расмда цилиндрик жисмнинг ясовчиси бўйлаб қўйилган кучланишлар интенсивлигининг ўзгариши акс эттирилган. Бу ерда халқали ҳаракатланишнинг локаллашуви жойларида кучланишларнинг тўсатдан ўзгаришини кузатиш мумкин. 24-расмда жисм узунлиги бўйича кўчишларнинг ўзгариш диаграммаси ўлчовсиз катталикларда келтирилган



23-расм. Жисм узунлиги бўйича кучланишларнинг ўзгариши



Пунктир – МЮ-ЭХМ билан топилган ечим, узлуксиз – таклиф этилган аппроксимация асосида ечим. ($\tilde{w} = w/(a\varepsilon_s)$).

24-расм. Кўчишлар диаграммаси

Юқорида келтирилган масалалар ечимларининг кўрсатишича, жисмдаги кучланишлар тақсимланиши тўлақонли ҳисобга олиниши учун мураккаб юкланишни ҳисобга олиш талаб этилади. Материаллар хусусиятларини янада тўлиқроқ ҳисобга олиш учун масалаларни ечиш пайтида МЮ-ЭХМ усулини қўллаш мумкин. Бу ҳолат мураккаб юкланиш шароитидаги масалаларни тажрибалар ёрдамида олган ечимни мураккаб юкланиш қурилмасида эришиш мумкин бўлган максимал аниқлик билан топишга имкон беради.

Хулоса

1. Назарий ва тажрибавий тадқиқотлар асосида ўрганилган амалий масалаларни ечишда конструкция материалларининг деформациялаш хусусиятларини тавсифловчи мураккаб юкланиш жараёнларига нисбатан турли пластиклик назарияларининг физик ишончлилиги чегаралари аниқланди. Бундай юкланишларни тавсифлаш учун деформация ва оқувчан пластиклик назариялари фазовий мураккаб юкланиш жараёнларида материалларнинг сифат бўйича хусусиятларини ифодаламаслиги аниқланди.
2. Аппроксимацияловчи муносабатларнинг турли кўринишлари жорий этилишида МЮ-ЭХМ усулининг яқинлашувчи эканлиги исботланди. Икки бўғин юкланиш жараёнлари учун квазичизиқли аппроксимация тенгламасининг дифференциал аппроксимация тенгламаси билан яқинлашувчанлик тезлиги тенг эканлиги назарий ва амалий жиҳатдан исботланди. Эгрилиги ўзгармас траекториялар учун мустаҳкамлик коэффициенти $\nu \leq 0.8$, ва дастлабки оддий кичик юкланишдан кейин эгрилиги ўзгармас траекториялар учун мустаҳкамлик коэффициенти $\nu > 0.8$ бўлган ҳолларида квазичизиқли аппроксимацион тенгламаси ва дифференциал аппроксимацияловчи тенгламаларининг яқинлашувчанлик тезлиги тенг эканлиги аниқланди.
3. Турли изотроп конструкцион материаллар устида ўтказилган тажрибалар асосида пластиклик функционалларининг фундаментал хусусиятлари аниқланди. Яқинлашиш бурчаги, P , N ва σ функционаллари учун янги аппроксимациялар қурилди.
4. Материалнинг мураккаб юкланиш ҳолатидаги деформацияларни ифодаловчи муносабатлар тузилди.
5. Мураккаб юкланиш шароитида трансверсал-изотроп жисмнинг ҳолатини тавсифловчи модел қурилди ва унинг ишончлилиги тажриба асосида исботланди.
6. Мураккаб юкланиш шароитида материаллар шакллариининг ўзгаришига сарфланадиган иш миқдори тадқиқ қилинди ва мураккаб юкланиш шароитидаги иш оддий юкланишдаги ишга нисбатан кам эканлик кўрсаткичлари аниқланди.
7. Мураккаб юкланишдаги механик жараёнларини ифодаловчи муносабатларнинг янги вариантлари учун чегаравий интеграл тенглама ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги исботланди.
8. Пластиклик назариясининг ясси ва ўққа нисбатан симметрик масалаларини ечими учун компланарлик гипотезасига асосланган тўғри чегаравий элементлар усули билан ечиш алгоритмлари ишлаб чиқилди.
9. Компланарлик гипотезасидан фойдаланиш орқали узилишли силжишлар усули аппроксимацияловчи нисбат сифатида пластиклик назариясига жорий этилди.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЁНОЙ СТЕПЕНИ
ДОКТОРА НАУК 16.07.2013 Т/ФМ.02.02 ПРИ ТАШКЕНТСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ И
НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА**

ТАШКЕНТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

АБИРОВ РУСТАМ АБДУЛЛАЕВИЧ

**РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
ПЛАСТИЧНОСТИ С УЧЕТОМ ДЕФОРМИРОВАНИЯ
МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ**

**01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела
(физико-математические науки)**

АВТОРЕФЕРАТ ДОКТОРСКОЙ ДИССЕРТАЦИИ

Ташкент – 2014

Тема докторской диссертации зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № 30.09.2014/B2014.5.FM135.

Докторская диссертация выполнена в Институте механики и сейсмостойкости сооружений Академии наук Республики Узбекистан.

Полный текст докторской диссертации размещен на веб-странице научного совета 16.07.2013.Т/FM.02.02 при Ташкентском государственном техническом университете и Национальном университете Узбекистана по адресу www.tdtu.uz/tadqiqitchi/dis_matn.htm.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский) размещен на веб-странице по адресу www.tdtu.uz/tadqiqitchi/avr_matn.htm и Информационно-образовательном портале ZIYONET по адресу www.ziyonet.uz.

**Научный
консультант:**

Бабамуратов Камол Шаймарданкулович
доктор физико-математических наук, профессор

**Официальные
оппоненты:**

Абдусаттаров Абдусамат
доктор технических наук, профессор

Артиков Турдали Усманиевич
доктор физико-математических наук, профессор

Худайназаров Хайрулла
доктор технических наук, профессор

**Ведущая
организация:**

Самаркандский государственный архитектурно-строительный институт

Защита диссертации состоится «___» _____ 2014 г. в «___» часов на заседании научного совета 16.07.2013.Т/FM.02.02 при Ташкентском государственном техническом университете и Национальном университете Узбекистана по адресу: 100095, г. Ташкент, ул. Университетская, 2. Тел./факс: (99871) 227-10-32; e-mail: tadqiqitchi@tdtu.uz.

Докторская диссертация зарегистрирована в Информационно-ресурсном центре Ташкентского государственного технического университета за № ____, с которой можно ознакомиться в ИРЦ (100095, г. Ташкент, ул. Университетская, 2. Тел. (99871) 227-10-32).

Автореферат диссертации разослан «___» _____ 2014 года.
(протокол рассылки № ____ от _____ 2014 года).

К.А.Каримов

Председатель научного совета по присуждению
учёной степени доктора наук д.т.н., профессор

Н.Дж.Тураходжаев

Ученый секретарь научного совета по присуждению
учёной степени доктора наук к.т.н., доцент

М.М. Мирсаидов

Председатель научного семинара при научном совете по
присуждению учёной степени доктора наук д.т.н., профессор

АННОТАЦИЯ ДОКТОРСКОЙ ДИССЕРТАЦИИ

Актуальность и востребованность темы диссертации. Теория пластичности является одним из важных самостоятельных научных направлений в механике сплошных сред. Требования максимального использования прочностных резервов материалов, снижение материалоёмкости, оптимальное проектирование во многом зависят от наличия и учета упругопластических деформаций в теле конструкции и являются важными составляющими задач инженерной практики.

Совершенствование изделий и создание новых конструкций в машиностроении, горном деле, авиастроении, энергетике связано с привлечением новых материалов, инновационными инженерными решениями, включающими произвольные композиции многосвязных тел, работающих в условиях сложного напряженного состояния. Решение этих задач во многом зависит от оценки прочностных ресурсов изделий, где учет пластических свойств материалов является необходимым. Пластичность способствует распределению локальных (местных) напряжений по всему объему материала, что в свою очередь, позволяет налагать значительные деформации на конструкцию без её разрушения и более полно учитывать резервы её несущей способности.

В системе уравнений для решения краевых задач механики сплошных сред важное место занимают физические уравнения. Эти соотношения должны достоверно описывать механические свойства материала. При этом необходимо учесть, что в теории пластичности соотношения между силовыми и кинематическими характеристиками не только зависят от значений нагрузок, но существенно обусловлены последовательностью их приложения. Отсюда следует востребованность работ по развитию математических моделей в теории пластичности для различных условий нагружения.

Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан № 191 от 04.11.2012 года «О безопасности конструкции автотранспортных средств по условиям эксплуатации» указывает на востребованность диссертационного исследования, исходя из новых задач современной техники, где широко применяются новые материалы в таких изделиях как колесные тормозные механизмы работающих в условиях сложного нагружения и испытывающие пластические деформации.

Создание эффективных методов расчета, анализ и поиск оптимизационных решений для задач прочности и устойчивости путем построения достоверных определяющих соотношений для отдельных классов сложного нагружения являются важными составляющими проблем пластичности. Изучение фундаментальных свойств функционалов, описывающих пластические деформации при сложном нагружении, определение области физической достоверности существующих теорий пластичности при различных видах нагружения, создание экспериментально обоснованных новых моделей уравнений состояния тел значительно повышают надежность получаемых решений и являются крупной научной проблемой, имеющей большое значение как теоретического, так и прикладного характера.

Исследования, направленные на изучение деформационных свойств конструкционных материалов, развитие и разработка математических моделей связаны с изучением процессов сложного нагружения. Эти изыскания открывают новые перспективы для использования материалов в различных отраслях техники и строительства и востребованы современным состоянием развития прикладной и фундаментальной науки, так как позволяют находить новые инженерные решения при проектировании изделий из конструкционных материалов в различных областях техники и строительства. В связи с этим, работы по изучению и учету сложного нагружения в задачах пластичности применительно к различным материалам приобретают динамизм и получают новый импульс к развитию.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики Узбекистан. Работа выполнена в соответствии с приоритетными направлениями развития науки и технологий Республики Узбекистан: Энергетика, энерго-ресурсосбережение; Наука о земле по программе - ПФИ-4 «Математика, механика и информатика».

Обзор международных научных исследований по теме диссертации. В ведущих научных центрах США (национальные лаборатории Лос Аламос и Оак Ридж) и России (Институт проблем механики, МГУ) исследования процессов сложного нагружения при высоких температурах позволили повысить прочностные характеристики канальных труб атомных реакторов.

В лабораториях Японии (технопарк Цукуба) проводимые эксперименты при сложном циклическом нагружении, привели к увеличению прочностных ресурсов лопаток турбин энергоустановок.

В научных институтах Украины (Прикладной механики, технической физики) эксперименты при криогенных температурах привели к новым разработкам морозостойких элементов космических агрегатов.

В университетах Финляндии (Оулу), Франции (Гренобль), Португалии (Авейро) исследования в области сложного нагружения дали возможность найти энергоемкие технологии пластического формоизменения металлов.

Широкий спектр экспериментальных исследований для изучения поведения материалов при пластическом деформировании проводится при высоких и криогенных температурах, циклических нагрузках и при сложном нагружении. Результаты этих исследований находят свое применение при расчетах бурильных труб, насосов, оболочек, машин и механизмов. В настоящее время в этих работах широко используются экспериментальные установки различной номенклатуры на сложное нагружение.

В настоящее время в США (Мерилендский и Стенфордский университеты) и Украины (институты Проблем прочности и Прикладной механики НАН Украины) проводятся исследования фундаментальных свойств анизотропных материалов при сложном нагружении. В лабораториях Японии (университет г. Нагоя) и России (ТГТУ, Институт проблем механики РАН, институт Гидродинамики СО РАН, институт горного дела СО РАН) проводятся эксперименты по сложной разгрузке, циклическому нагружению различных мате-

риалов по пространственным траекториям сложного нагружения. Эти экспериментальные работы ведут к построению новых моделей в пластичности.

Степень изученности проблемы. Из-за многообразия характера внешних нагрузок и внешних факторов не существуют по настоящее время достоверных определяющих соотношений в пластичности, описывающих весь спектр нагружений. Сложность механизмов пластического деформирования и трудности их математического описания не позволили до настоящего времени установить приемлемые для практических расчетов соотношения между напряжениями и деформациями для произвольного вида нагружения.

В задачах инженерной практики, связанных с проблемами прочности, устойчивости, динамики, выявлением резервов несущей способности конструкций и механизмов используются гипотезы феноменологического характера с осредненными статистическими представлениями. Они не дают возможности достоверно решать многие задачи современной практики и учитывать все многообразие свойств материалов.

Классические теории пластичности, будучи построены на упрощенных гипотезах не могут описывать весь спектр процессов **сложного нагружения** возникающего в континууме и соответственно имеют ограниченную область достоверного описания сложных процессов нагружения. В связи с этим, создание новых моделей для частных классов нагружений, изучение функционалов пластичности для плоских и пространственных процессов нагружений, экспериментальные исследования материалов при различных внешних воздействиях находятся в постоянном развитии.

Проблема формирования физических зависимостей, описывающих поведение материалов в процессе пластического течения, связана с нелинейным характером и необратимостью деформаций, а также с свойствами возникающими после выхода материала из упругости. Экспериментальные исследования позволяют изучать процессы пластического течения, деформирование материалов при различных видах внешних воздействий и разрабатывать модели описывающие различные процессы сложного нагружения.

В рамках феноменологического подхода реализуются два направления. Задача первого – развитие общих концепций для описания более точно свойств континуума, второго – приближенное инженерное описание неупругих явлений для реализации в расчетах.

Теория упругопластических процессов А.А. Ильюшина, эндохронная теория Валаниса открывают новые горизонты для описания ранее не учитываемых эффектов возникающих при пластическом деформировании. В работах российских ученых В.А.Лихачева, П.В.Трусова, польского механика З.Мроза, ученых Узбекистана² В.К.Кабулова, К.Ш.Бабамуратова, Т.Буриева и созданных ими научных школ развиваются физические теории пластичности,

² Кабулов В.К. Алгоритмизация в механике сплошных сред. – Ташкент: Фан, 1979. – 250с.

Бабамуратов К.Ш., Ильюшин А.А., Кабулов В.К. Метод СН-ЭВМ и его приложения к задачам теории пластичности. – Ташкент: Фан, 1987. – 288с.

Буриев Т. Алгоритмизация расчета несущих элементов тонкостенных конструкций. – Ташкент: Фан, 1986. – 127с.

раскрывающие механизмы возникновения необратимых дислокаций в сплошной среде и приводятся решения важных задач пластичности.

Анализ существующих работ показывает, что теоретическое и экспериментальное развитие математической теории упругопластических процессов открывает перспективу как в описании фундаментальных свойств материалов при пластических деформациях, так и инженерный подход при решении краевых задач.

Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ, отражена в следующих проектах: фундаментальные научные проекты: 1.10.2.3 “Исследование прочности и деформаций упругопластических тел и конструкций в условиях сложного напряженного состояния и сложного нагружения” (2000-2002 гг.); Ф.1.2.3 “Исследование и разработка методов анализа сложной деформации в телах с учетом реальных свойств материала конструкции в заданных условиях ее работы. Постановка и решение новых задач пластичности на основе теоретически и экспериментально обоснованных уравнений механического состояния тел” (2003-2007 гг.); ФА-08-Ф085 “Теоретические и экспериментальные исследования и разработка определяющих уравнений для процессов сложной деформации упругопластических и вязкопластических сред” (2008-2011 гг.).

Целью исследования является развитие теории упругопластических процессов при сложном нагружении, разработка достоверных математических моделей деформирования конструкционных материалов на основе экспериментального изучения свойств материалов, создание численно-аналитических алгоритмов расчета элементов конструкций при сложном нагружении с применением построенных моделей.

В соответствии с поставленной целью сформулированы следующие **задачи исследований**:

- установление фундаментальных свойств функционалов пластичности при различных видах сложного нагружения;

- построение теоретически и экспериментально обоснованных определяющих соотношений для решения задач пластичности при сложном нагружении;

- выявление и объяснение эффекта снижения работы пластического формоизменения материалов при сложном нагружении;

- определение качественного и количественного характера свойств материалов, проявляемых при различных видах сложного нагружения;

- определение границы применимости теорий пластичности при описании плоских процессов сложного нагружения;

- создания алгоритмов для применения предлагаемых моделей при реализации в численных расчетах.

Объектом исследования являются пластическое поведение и свойства изотропных и анизотропных тел, проявляемые при многопараметрическом сложном нагружении.

Предмет исследования - свойства функционалов пластичности, описывающих различные виды сложного нагружения, развитие математических

моделей и методов решения задач теории пластичности при сложном нагружении.

Методы исследований. В процессе исследования применены экспериментальные методы, гипотезы и постулаты теории пластичности, а также методы функционального анализа и численные методы граничных интегральных уравнений.

Научная новизна диссертационного исследования заключается в следующем:

- определены области физической достоверности теорий пластичности применительно к рассмотренным процессам сложного нагружения;

- построено определяющее соотношение в теории пластичности на основе экспериментального исследования изотропных металлов;

- разработано уравнение состояния для трансверсально-изотропного тела с учетом экспериментальных данных и теоретических положений;

- построен и реализован алгоритм численного решения задач с учетом предложенной модели определяющего соотношения;

- экспериментально доказана сходимость метода «сложное нагружение – ЭВМ» (СН-ЭВМ) при различных вариантах аппроксимации определяющих соотношений;

- доказана возможность снижения работы пластического формоизменения при сложном нагружении и раскрыты пути её достижения;

- разработана методика расчета на основе предложенной модели с помощью метода граничных интегральных уравнений с практическим применением для решения задач.

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

- создана модель определяющих соотношений, позволяющая учитывать резервы несущей способности конструкций;

- полученные результаты имеют перспективное развитие применительно к процессам формоизменения металлов в металлургии, что позволит экономить энергозатраты при технологических процессах;

- созданные численные подходы к решению задач являются основой для расчетов оболочечных и пластинчатых конструкций, изделий в машиностроении, где учет сложного нагружения откроет новые перспективы их применения.

Достоверность полученных результатов обосновывается тем, что теоретические исследования основывались на использовании классических постулатов и гипотез механики деформируемого твердого тела, механики упругопластических процессов; экспериментальные результаты были получены на апробированном испытательном комплексе СН-ЭВМ, а также сопоставлением с решениями других авторов.

Теоретическая и практическая значимость результатов исследований. Теоретическая значимость результатов исследований работы заключается в том, что полученные в диссертации уравнения состояния для изотропных и анизотропных сред являются основой в изучении свойств материалов, проявляемых только при сложном нагружении. В работе получило развитие

теория упругопластических процессов, изучены фундаментальные свойства функционалов пластичности, отражающие качественное поведение и количественные характеристики свойств материалов, которые будут использованы при решении прикладных задач в строительстве, машиностроении и т.д.

Практическая значимость работы включает в себя численный метод расчета прикладных задач с учетом сложного нагружения, который будет использован при расчетах элементов конструкций с учетом их упругопластического деформирования. В работе раскрыты методы оптимизации процессов формоизменения металлов (штамповка, волочение и т.д.), которые приведут к экономии энергозатрат на производстве.

Внедрение результатов исследования. Разработанная в результате исследований методика по определению устойчивости трещиноватых пород приняты к использованию в проектной практике Государственной акционерной железнодорожной компании «Ўзбекистон темир йўллари» при прокладке новых путей и определении устойчивости откосов на участке дороги Ташгузар-Байсун, где эффектом явилось повышение надежности и обеспечение безопасной безаварийной эксплуатации движения поездов (акт о внедрении от 20.09.2011г.). Полученные результаты и теоретические положения по построению определяющих соотношений и программ расчетов элементов конструкций, находящихся под воздействием многопараметрического нагружения, использовались в рамках научных проектов ГНТП-16 № ФА-А16-Ф046 «Разработка и внедрение методов расчета трещиноватых материалов с учетом неупругого деформирования в условиях сложного напряженного состояния» и ГНТП-4 № А-4-048 «Разработка метода определения причин смятия обсадных труб и технологии, предотвращающей возможные осложнения и аварии при бурении и эксплуатации скважин» (заключения Комитета по координации развития науки и технологий при Кабинете Министров Республики Узбекистан от 13.11.2008 и 11.11.2011гг.).

Апробация работы. Результаты исследований доложены на 30 научных конференциях и симпозиумах, в том числе 15 международных конференциях: IMECE ASME (New York, 2001; Boston, 2008); 14th USNCTAM (Blacksburg, 2002); Euromech-Mecamat (Liege, 2002; Torino, 2008); ESMC-5 (Thessaloniki, 2003); Development in plasticity and fracture (Cracow, 2004); ECEES (Geneva, 2006); VIII, IX, X Всероссийских съездах по теоретической и прикладной механике (Пермь, 2001; Нижний Новгород, 2006, 2011); Международной конференции «Прочность материалов и элементов конструкций» (Киев, 2010). Диссертация в полном объеме докладывалась на объединенном семинаре Института механики и сейсмостойкости сооружений Академии наук Республики Узбекистан, на научном семинаре по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела» при Научном совете 16.07.2013.Т/ФМ.02.02.

Опубликованность результатов. По теме диссертации опубликовано 53 научных труда, в том числе 23 в периодических научных журналах, из них 8 в международных изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 247 наименований, и содержат 198 страниц текста, включая 155 рисунков и 4 таблицы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и практическая значимость работы, сформулированы цели и определены основные задачи, решение которых обеспечивает достижение поставленных целей, обоснованы объект и предмет исследования, приведены практические результаты исследования, обоснована достоверность полученных результатов, раскрыты теоретическая и практическая значимость работы, приведен научный обзор по теме исследований.

Развитие и совершенствование уравнений механического состояния тел уже более века находится в поле зрения специалистов по механике. Среди предложенных моделей широкое распространение получили теории Прагера, Генки-Надаи, Прандтля-Рейсса, А.А.Ильюшина.

Значительный вклад в развитие теории пластичности внесли теоретические и экспериментальные работы А.А.Лебедева, В.П.Дегтярева, А.М.Жукова, В.Г.Зубчанинова, Д.Д.Ивлева, А.Ю.Ишлинского, Ю.И.Кадашевича, Т.Кармана, Л.М.Качанова, В.Д.Клюшников, В.Лоде, А.К.Малмейстера, Р.А.Мизеса, В.В.Москвитина, З.Мроза, В.В.Новожилова, Ф.Одквиста, И.Охаши, Б.Е.Победри, В.В.Соколовского, И.Г.Терегулова, А.Хаара, К.Хоэнмзера, С.Л.Христиановича, Ю.Н.Шевченко, Е.И.Шемякина и др.

В диссертации проведены теоретико-экспериментальные исследования, базой которым служила математическая теория упругопластических процессов А.А.Ильюшина. В этом направлении проводили исследования В.С. Ленский, В.Г.Зубчанинов, Р.А.Васин, А.С.Кравчук, К.Ш.Бабамуратов, В.С.Бондарь, И.М.Коровин, В.В.Косарчук, В.И.Малый, В.М.Жигалкин, В.В.Гараников, П.В.Трусов, Н.Л.Охлопков, Ю.Г.Коротких, В.С.Гудрамович, В.Ю.Столбов, А.И.Ходжиметов и др.

В первой главе диссертации на основе экспериментов и теоретических положений рассмотрены пластические свойства конструкционных материалов при частных видах сложного нагружения. Приведены уравнения механического состояния некоторых вариантов определяющих соотношений, примеры оценки физической достоверности теорий пластичности с использованием опытов на экспериментальных установках кинематического и динамического типов. В данной главе проведены квазистатические эксперименты по испытанию трубчатых образцов на испытательной машине кинематического типа при воздействии осевой растягивающей силы и крутящего момента.

Параграф 1.1 посвящен анализу экспериментальных данных и области достоверности теорий пластичности при различных видах сложного нагружения. Особый интерес представляли эксперименты по траекториям постоянной кривизны после излома (рис. 1), рассмотренные в параграфе 1.2. На графиках прослеживания процесса (рис. 2) отчетливо видно падение напряжений после «нырка» и локального упрочнения.

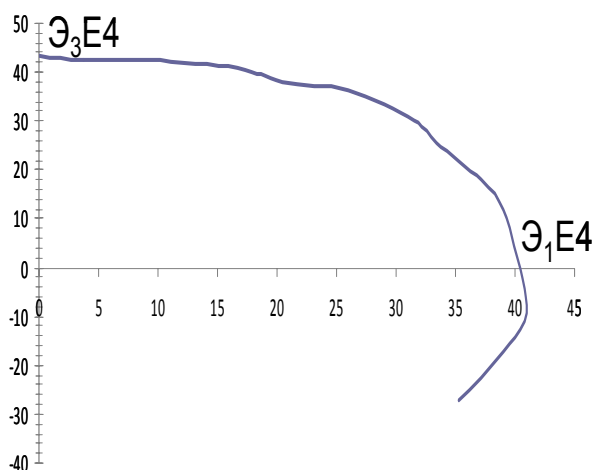


Рис. 1. Реализованный процесс деформирования (материал ЛС-59)

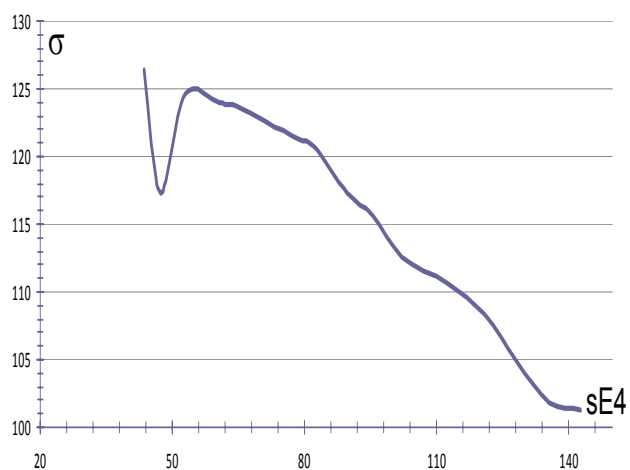


Рис. 2. Прослеживание процесса деформирования (материал ЛС-59)

В параграфе 1.3 исследованы процессы нагружения различных материалов в виде траекторий с изломом на угол $\theta > 90^\circ$ (пространство деформаций), представляющие сложную разгрузку (рис. 3, 4).

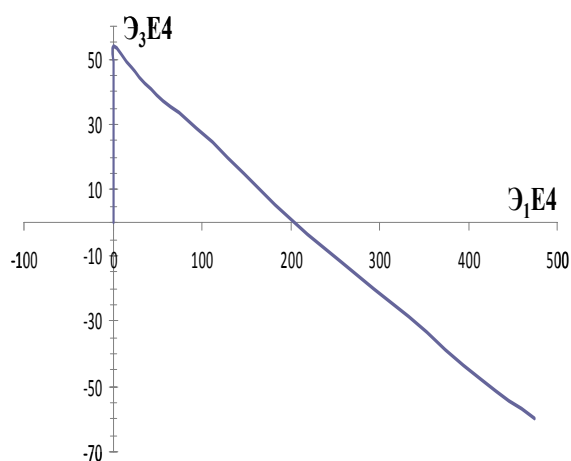


Рис. 3. Реализованный процесс деформирования (ЛС-59 при $\theta = 105^\circ$)

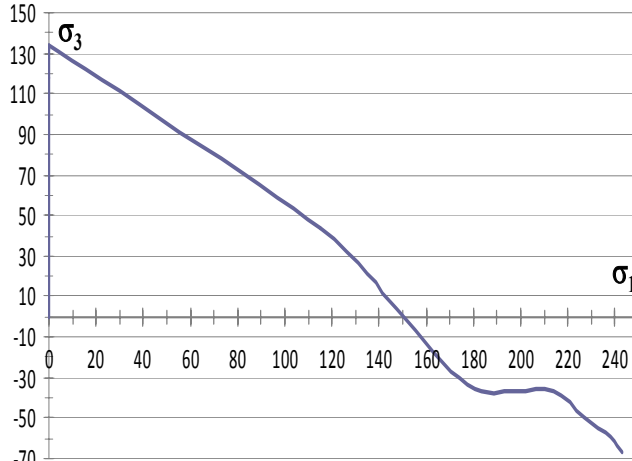


Рис. 4. Процесс нагружения (сталь-3 при $\theta = 156^\circ$)

Как для стали-3, так и для латуни ЛС-59 при проведении экспериментов при сложной разгрузке углы изломов в пространстве напряжений больше чем в пространствах деформаций. Площадь петли гистерезиса (рис. 5) тем больше чем больше угол излома и он зависит от упрочнения материала. Для стали-3 эта площадь больше чем для латуни ЛС-59. Основным моментом при рассмотрении сложной разгрузки остается, помимо исследования принципа запаздывания (рис. 6), нахождение актуальной поверхности текучести.

Обработаны экспериментальные данные (параграф 1.4) по трехмерным траекториям деформирования, проведенные в лаборатории Тверского технического университета. Исследована физическая достоверность теорий при рассмотренных видах СН с выбором уравнения состояния в виде:

$$d\bar{\sigma} = N d\bar{\epsilon} - (N - P) \frac{\bar{\sigma} d\bar{\epsilon}}{\sigma^2} \bar{\sigma}, \quad (1)$$

где $\bar{\sigma}$, $\bar{\epsilon}$ - векторы напряжений и деформаций соответственно, N и P - функции пластичности.

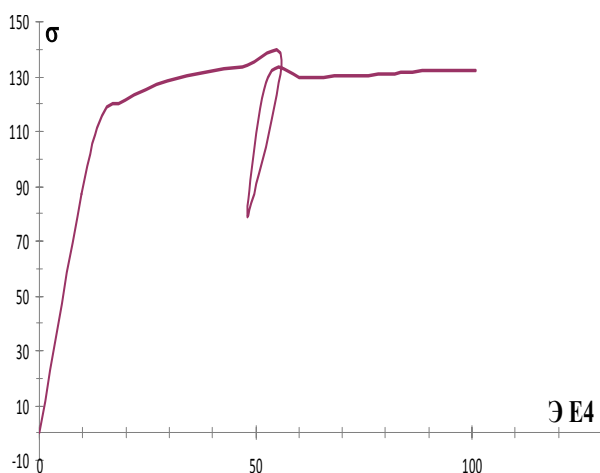


Рис. 5. Диаграмма нагружения ЛС-59 при $\theta=142^\circ$

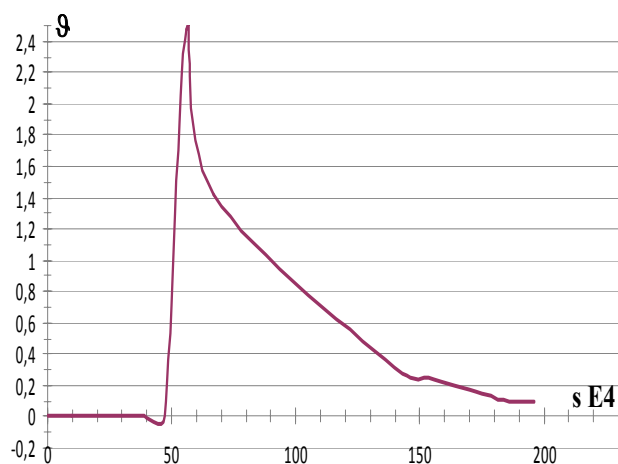


Рис. 6. Угол сближения ЛС-59 при $\theta=142^\circ$

В параграфе 1.5 исследована сходимость метода СН-ЭВМ при различных видах аппроксимаций определяющих соотношений в численных и СН экспериментах. В работе в рамках экспериментального исследования сходимости метода СН-ЭВМ решена задача двухпараметрического нагружения тонких цилиндрических оболочек при двузвенных процессах нагружения с разгрузкой и повторными пластическими деформациями с выбором аппроксимирующего соотношения в виде:

$$d\bar{\sigma} = A d\bar{\varepsilon} - B \bar{\sigma} d\lambda, \quad (2)$$

где A и B – функции от независимого параметра λ .

Во второй главе диссертации рассмотрены функционалы пластичности при плоских процессах деформирования, построены определяющие соотношения на основе обработки и анализа экспериментальных данных и применены эти результаты для решения краевых задач. Построены определяющие соотношения для трансверсально-изотропного материала, где введены параметры учета сложного нагружения. Проведены эксперименты на слабо анизотропном сплаве Д-16 с целью определения верности выбранной концепции при построении определяющих соотношений.

В параграфе 2.1 рассматриваются скалярные функции, входящие в тензорно нелинейные аппроксимирующие соотношения. Они требуют конкретизации для различных процессов сложного нагружения. Это проводится на основе базовых экспериментов при малых деформациях. Далее, определяются некоторые универсальные свойства функционалов пластичности, которые характеризуют процесс двухпараметрического нагружения в виде двузвенных ломанных без участка частичной разгрузки.

Для этого использовалось соотношение:

$$d\bar{\sigma} = N d\bar{\varepsilon} - (N - P) d\bar{\varepsilon} \bar{p}_0 \bar{p}_0, \quad (3)$$

где $N = \dot{A}_1$, $P = \dot{A}_1 - \dot{A}_0 / \cos \theta$ – функционалы пластичности, θ – угол излома траектории деформации.

Рассмотрение поведения функционала N привело к его аппроксимации в виде монотонно убывающей кривой (рис. 7). Общий вид поведения функционала P определен на рис. 8.

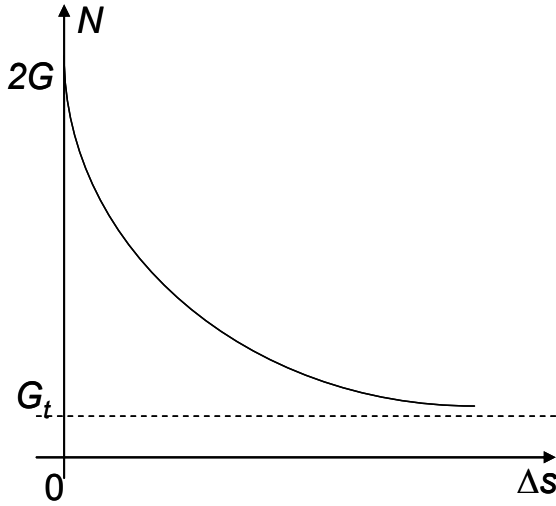


Рис. 7. Поведение величины N

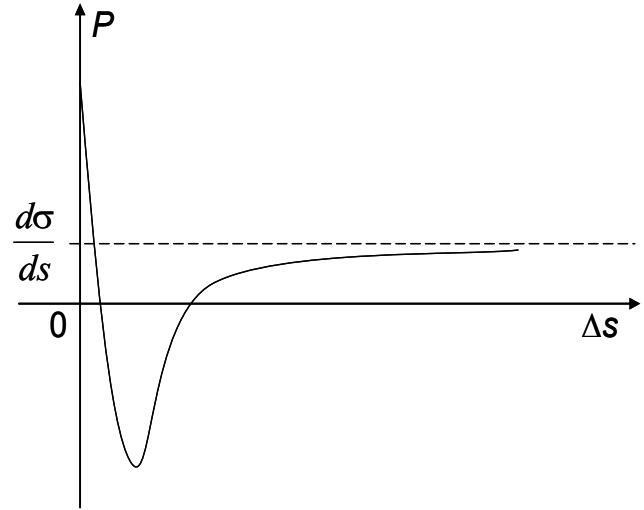


Рис. 8. Поведение величины P

Построен график $\dot{\sigma} \sim \theta$ в точке излома в виде гладкой кривой, которая представляется в виде: $\dot{\sigma} = k \operatorname{arccctg}(\theta - d) - b$, где коэффициенты будут находиться из условий: $\theta = 0 \Rightarrow \dot{\sigma} = d\sigma/d\varepsilon$; $\theta = \pi/2 \Rightarrow \dot{\sigma} = 0$; $\theta = \pi \Rightarrow \dot{\sigma} = -2G$.

Для задания физических соотношений между напряжениями и деформациями в (3) нужно определить величины N , P , θ и ϑ , из которых только две являются линейно независимыми. Таким образом, знание любой пары этих функционалов достаточно для определения физических соотношений. Для функционала N предлагается:

$$N = \frac{AB}{1 + B^2 \vartheta^2} = AB \cos^2 \left(\frac{\sigma_3}{A} \right), \quad (4)$$

где $AB = 2G$, $B^2 = \left(\frac{2G}{G_t} - 1 \right) / (\bar{\lambda}^2 \sin^2 \theta)$. Для угла сближения ϑ предложены различные аппроксимации, которые охватывают верхний и нижний пределы его варьирования, и где учтена зависимость от следа запаздывания $\bar{\lambda}(s_0)$.

В параграфе 2.2 рассматривались определяющие соотношения для плоских процессов, которые реализуются при решении большинства задач. Здесь согласно постулату изотропии А.А.Ильюшина имеем:

$$\bar{\sigma} = P_1 \bar{\mathbf{q}}_1 + P_2 \bar{\mathbf{q}}_2, \quad (5)$$

где $\bar{\mathbf{q}}_1 = \frac{d\bar{\Theta}}{ds}$, $\bar{\mathbf{q}}_2 = \frac{1}{\chi} \frac{d\bar{\mathbf{q}}_1}{ds}$ - единичные векторы Френе, $P_1 = |\bar{\sigma}| \cos \vartheta$, $P_2 = -|\bar{\sigma}| \sin \vartheta$, а ϑ есть угол между векторами $\bar{\sigma}$ и $d\bar{\Theta}/ds$. Для угла сближения ϑ общий вид этого функционала предложен В.И.Малым:

$$\vartheta = \int_0^s K(s, x) \chi(x) dx. \quad (6)$$

Ядра $K(x, s)$ выбирают, исходя из ранее предложенных аппроксимаций. Представленное соотношение (5) определено в дифференциальной форме как: $\dot{\bar{\sigma}} = N \bar{\mathbf{q}}_1 + (\dot{\bar{\sigma}} - N \cos \vartheta) \bar{\sigma} + M \bar{\mathbf{q}}_3$, где $M = \sigma \chi_2 \sin \vartheta$, χ_2 - параметр кручения кривой (вторая кривизна).

При малой крутке кривой можно принять (гипотеза компланарности):

$$d\bar{\sigma} = Nd\bar{\varepsilon} - (N - P) \frac{\bar{\sigma}d\bar{\varepsilon}}{\sigma^2} \bar{\sigma}, \quad (7)$$

где в общем случае $N = \frac{d\vartheta/ds - \chi}{\sin \vartheta} \sigma$, $P = \frac{d\sigma}{ds} \frac{1}{\cos \vartheta}$, $\frac{d\vartheta}{ds} = K(s, x)\chi(s)$.

В параграфе 2.3 рассматривается сложное нагружение оболочек вращения при многопараметрическом нагружении и определение их напряженно-деформированное состояние с учетом полученных экспериментальных данных для функционалов пластичности.

Рассмотрено нагружение параболоида (сталь-3), где в каждом сечении возникают процессы сложного нагружения в виде двузвенных ломанных. При расчетах теории Ильюшина (ТМУПД) и Прагера дают завышенные значения перемещений (рис. 9, 10, U , W – радиальные и тангенциальные перемещения, L – длина образующей оболочки) и отклонения увеличиваются с развитием процесса нагружения.

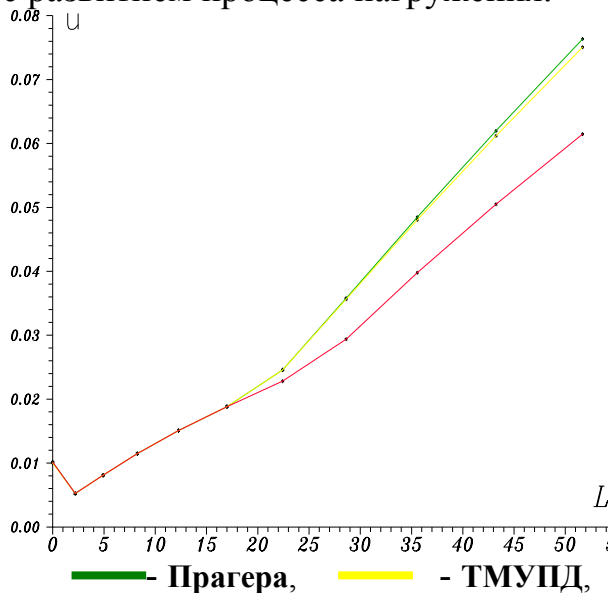


Рис. 9. Радиальные перемещения

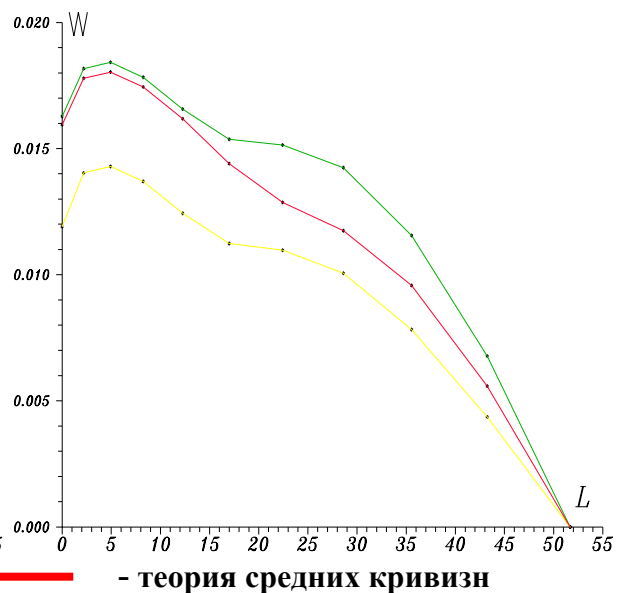


Рис. 10. Тангенциальные перемещения

В качестве следующего примера рассмотрено нагружение гиперболоида растягивающей силой и внешним давлением. Случай интересен тем, что у данной оболочки отрицательная гауссова кривизна. Внешняя нагрузка задавалась в виде последовательного приложения нагрузок. Траектории нагружения, реализуемые в сечениях оболочки, имеют углы излома менее 15° . Как можно видеть из результатов (рис. 11) (U , W – радиальные и тангенциальные перемещения), значения, полученные различными теориями, близки. Таким образом, учет сложного нагружения при двузвенных процессах сложного нагружения существенно сказывается при увеличении угла излома.

В параграфе 2.4 экспериментальные данные, полученные для изотропных материалов, расширены для построения определяющих соотношений для трансверсально-изотропного материала. Разделяя анизотропную среду по методике Б.Е.Победри, основанной на теории инвариантов, на ряд ортого-

нальных изотропных частей, можно применить к каждой из этих областей постулат изотропии

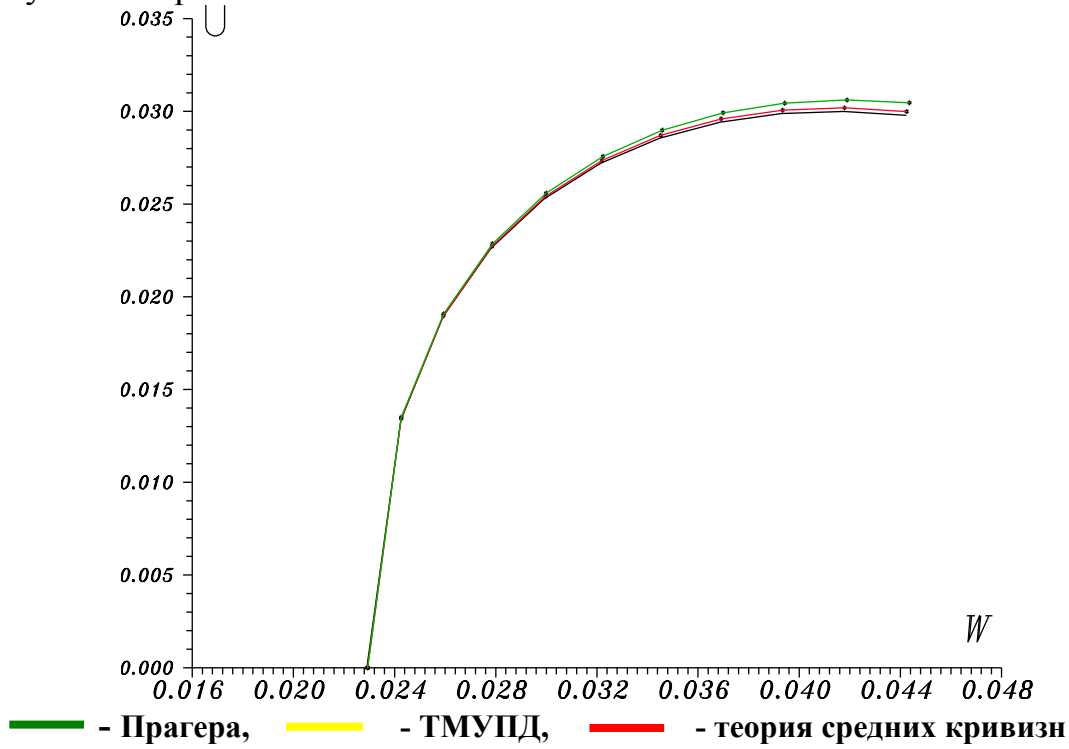


Рис. 11. Перемещения в различных сечениях оболочки

На основании этого положения выведены следующие соотношения:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{\mathbf{P}}}{dp} = \frac{\bar{\mathbf{P}}}{|\bar{\mathbf{P}}|} \left(\frac{d\bar{P}}{dp} - \bar{P} \cos \varphi_1 \frac{\chi_{11} - \dot{\varphi}_1}{\sin \varphi_1} \right) + \mathbf{q}_{11} \left(\bar{P} \frac{\chi_{11} - \dot{\varphi}_1}{\sin \varphi_1} \right) - \bar{P} \chi_{12} \sin \varphi_1 \mathbf{q}_{13}, \\ \frac{d\bar{\mathbf{Q}}}{dq} = \frac{\bar{\mathbf{Q}}}{|\bar{\mathbf{Q}}|} \left(\frac{d\bar{Q}}{dq} - \bar{Q} \cos \varphi_2 \frac{\chi_{21} - \dot{\varphi}_2}{\sin \varphi_2} \right) + \mathbf{q}_{21} \left(\bar{Q} \frac{\chi_{21} - \dot{\varphi}_2}{\sin \varphi_2} \right) - \bar{Q} \chi_{22} \sin \varphi_2 \mathbf{q}_{13}, \end{cases} \quad (8)$$

где Q, q, P и p есть длины соответствующих траекторий нагружения и деформирования в пространствах трансверсальной изотропии, φ_1, φ_2 – углы сближения, χ_{ij} – кривизны траекторий. Если принять $\chi_{12} = \chi_{22} = 0$, мы получим уравнения, основанные на гипотезе компланарности:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{P}}{dp} = \frac{\mathbf{P}\mathbf{q}_{11}}{|\mathbf{P}|} \frac{\mathbf{P}}{|\mathbf{P}|} (M_1 - N_1) + \mathbf{q}_{11} N_1, \\ \frac{d\mathbf{Q}}{dq} = \frac{\mathbf{Q}\mathbf{q}_{21}}{|\mathbf{Q}|} \frac{\mathbf{Q}}{|\mathbf{Q}|} (M_2 - N_2) + \mathbf{q}_{21} N_2. \end{cases}$$

Далее, если углы φ_1 и φ_2 малы, мы имеем классическую теорию Ильюшина. Варьируя значениями коэффициентов M_1, N_1, M_2, N_2 , мы будем иметь различные варианты теорий пластичности для трансверсально-изотропных сред. К примеру, при $M_1 = N_1 = 2G, M_2 = N_2 = 2G'$ получим соотношения для анизотропного упругого тела, а при $M_1 = 2G, N_1 = dP/dp = F(\varepsilon), M_2 = 2G', N_2 = dQ/dq = F'(\varepsilon)$ – соотношения для теории Прагера.

Некоторый выбор коэффициентов в соотношении (8) приводит к теории, предложенной А.А.Халджигитовым. Таким образом, предложенная модель, в

частном случае, совпадает с классической концепцией пластичности. Данная модель предложена для редуцированного стандартного малосжимаемого материала и построена на основе экспериментов по плоским траекториям и, как следствие, предлагается для решения плоских задач с учетом сложного активного нагружения. Предполагается, что круткой кривой можно пренебречь.

Следует отметить, что для случая плоского напряженного состояния и плоской деформации мы имеем только одно двумерное пространство $P_1 \sim P_2$.

Экспериментальное поведение сплава Д-16 рассмотрено в параграфе 2.5. В результате проведения опытов (6 экспериментов) на растяжение и кручение была обнаружена слабая анизотропия (до 14%) сплава Д-16. Образцы № 45, 18 растягивались, образцы №38, 10, 8, 15 подвергались кручению. Разброс образцов при одинаковом виде нагружения не превышал 3%.

При проведении экспериментов по траекториям деформирования в виде двузвенных ломанных при предварительном кручении и предварительном растяжении получены локальные диаграммы (рис. 12-13 для образца №10).

Как можно видеть, диаграмма $\sigma_1 \sim \varepsilon_1$ (рис. 12) имеет характер, проявляемый для изотропных металлов, описанных в главе 1, и её можно аппроксимировать в виде: $\sigma_1 = A \arctg B \varepsilon_1 / \sin^2 \theta$, $\varepsilon_1 \sin \theta = \Delta s$, где θ - угол излома траектории деформирования.

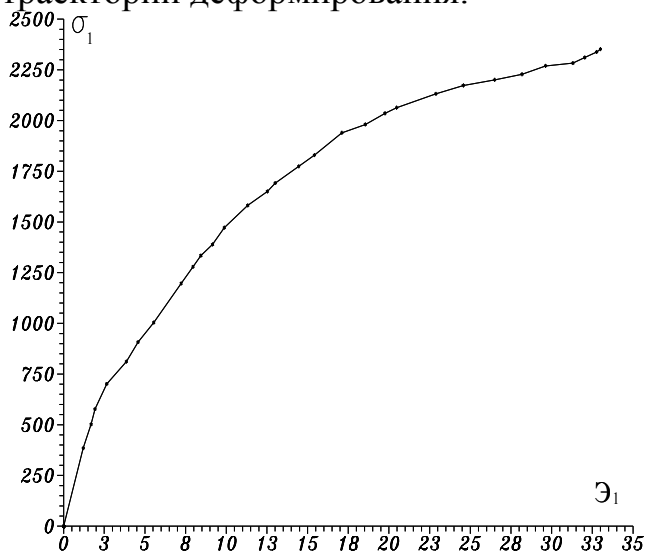


Рис. 12. Процесс нагружения в $\sigma_1 \sim \varepsilon_1$

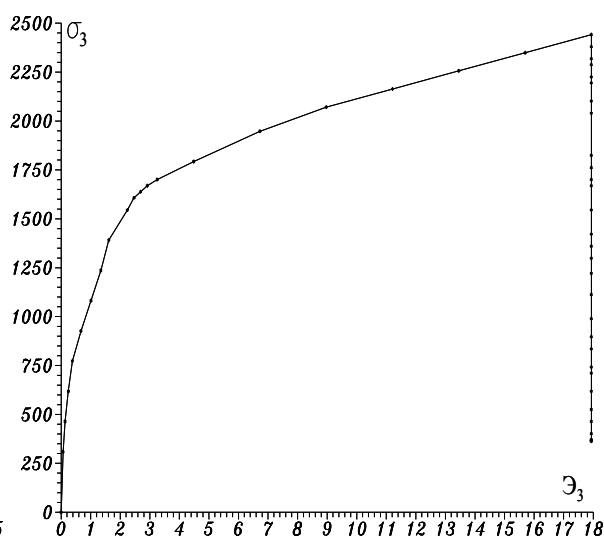


Рис. 13. Процесс нагружения в $\sigma_3 \sim \varepsilon_3$

След запаздывания скалярных свойств материала отчетливо виден ниже на графиках. На первом графике (рис. 14) изображено нагружение при предварительном кручении, на втором (рис. 15) – при предварительном растяжении.

По результатам исследования поведения угла сближения можно констатировать, что падение $\cos \vartheta$ тем больше, чем больше развитость пластических деформаций. При этом поведение угла сближения укладывается в рамки приведенных выше аппроксимаций. Это дает основание для данного материала также использовать принятые ранее аппроксимации.

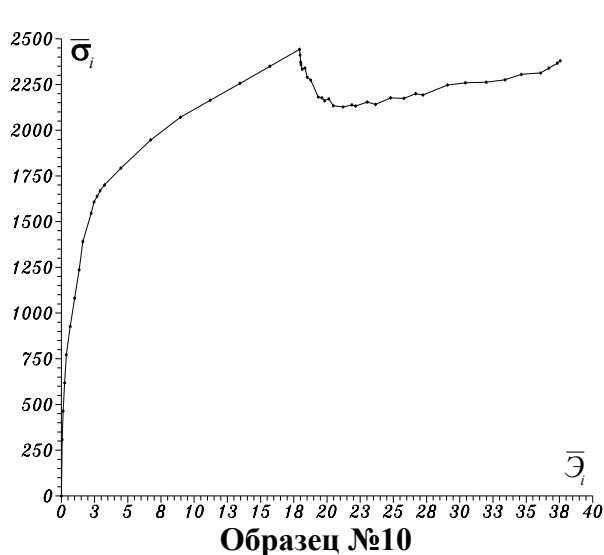


Рис. 14. Диаграмма нагружения

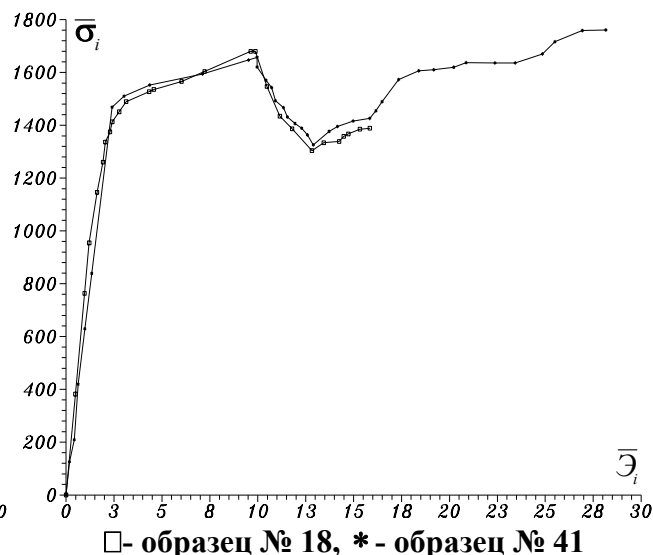


Рис. 15. Диаграммы нагружения

В третьей главе диссертации рассмотрены фундаментальные свойства изотропных материалов, проявляемые при сложном нагружении, и их применение при решении технологических задач. В работах В.Ю.Столбова, Н.А.Корякина и В.Н.Лебедева и др. в процессах обработки металлов давлением было замечено, что работа внешних сил при различных путях сложного деформирования может иметь меньшее значение, чем при простом нагружении. В экспериментах, проведенных в Институте механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз, также было определено (параграф 3.1), что при сложном нагружении металла усилие пластического формоизменения снижается по сравнению с простым нагружением. Эти явления приводят к нарушению ассоциированного закона текучести Дракера и его принципа градиентальности при сложном нагружении. В обобщенном представлении Ходжа и Прагера приращения полных деформаций имеют вид:

$$d\varepsilon_{ij} = H_{ijkl}d\sigma_{kl} + 0.5[P(J_2, J_3)s_{ij} + Q(J_2, J_3)\frac{\partial J_3}{\partial s_{ij}}]df,$$

где первое слагаемое есть упругая составляющая приращения деформаций, второе слагаемое – его пластическая составляющая, J_2 и J_3 – инварианты девиатора напряжений, s_{ij} – компоненты девиатора напряжений, H_{ijkl} – матрица упругих коэффициентов податливости, df – поверхность нагружения, $d\varepsilon_{ij}$ и $d\sigma_{kl}$ – приращения тензоров деформаций и напряжений соответственно.

Можно определить, что при движении по поверхности текучести (нейтральное нагружение) должны отсутствовать приращения пластических составляющих деформаций. Экспериментальные данные показывают, что влияние сложного нагружения на величину работы при пластическом деформировании может быть существенно ниже, чем при простом нагружении.

Объяснен этот эффект на основе теории упругопластических процессов Ильюшина и принципа запаздывания векторных и скалярных свойств материалов. Сформулирована следующая **лемма**: минимум работы внешних сил для достижения заданной формы при пластической деформации тела достигается только при реализации процессов деформирования с изломом.

Для достижения минимума работы внешних сил следует реализовывать многозвенные процессы деформирования.

В параграфе 3.2 рассмотрена задача оптимального управления траекторией нагружения. Работа формоизменения есть: $\int_0^s \bar{\sigma} d\bar{\mathcal{E}} = \int_0^s \sigma \cos \vartheta ds$. Наложим некоторые ограничения на геометрию процесса деформирования. Предположим, что каждое звено многозвенной (n - звеньев) траектории имеет длину Δ , траектория задана в виде зигзага ($\beta_i = \pm x$, $|\beta_i| \leq \pi/2$) и изменения углов сближения на каждом звене идентичны.

Определим, при каком угле излома достигается минимум функционала $\int_0^s \bar{\sigma} d\bar{\mathcal{E}}$. Как следует из леммы, для минимизации работы формоизменения нужно рассматривать процессы с изломом. При таком выборе в общем случае неизвестны – количество звеньев n , длины звеньев $\Delta s^{(l)}$ и углы изломов $\beta^{(l)}$. В реальных процессах требуется достичь заданной точки в пространствах деформаций или напряжений.

Рассмотрим траекторию деформирования, в которой все звенья процесса деформирования и вектор напряжений компланарны. Не ограничивая общности, согласно постулату изотропии, можно рассматривать процессы в плоскости $\mathcal{E}_1 \sim \mathcal{E}_2$. В этом случае задача определения направляющих косинусов вектора напряжений возможна на основе закона сближения. Введем следующие величины: $\alpha^{(l)}$ ($l=1, n$) - углы наклона траектории деформации к оси $O\mathcal{E}_1$, $\beta^{(l)} = \alpha^{(l)} - \alpha^{(l-1)}$ ($l=2, n$) - углы излома траектории деформирования, $\gamma_{(l)} = [\bar{\sigma} \Delta \bar{\mathcal{E}}^{(l)}]$ ($l=1, n$) - углы наклона вектора напряжений в точке излома к предыдущему звену (участку деформирования), $\theta^{(l)} = \gamma_{(l-1)} + \beta^{(l)}$ ($l=2, n$) - углы наклона вектора напряжений в точке излома к последующему звену (участку деформирования). Положительным направлением для углов считается, если поворот от предыдущего к последующему звену по часовой стрелке.

Минимум функционала $J = \min_{S_{in}}^{S_{ult}} \int \sigma \cos \vartheta ds$ достигается при ограничениях $S_{in} \leq s \leq S_{ult}$, $\vartheta \leq \pm \frac{\pi}{2}$ и при выборе угла сближения в виде: $\vartheta = C \operatorname{arcctg}(r / \bar{\lambda} \Delta s)$, где $C=2\theta/\pi$, $r = -b \bar{\lambda} \ln(\theta + 1)$. Общее решение задачи для функции β при равных Δs длинах звеньев траектории есть: $\beta^{(l)} = \pm \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arcctg} \left(\frac{r}{\bar{\lambda}} \Delta s \right) \right)$. При введении дополнительных ограничений в основную задачу в виде $(\mathcal{E}_1')^2 + (\mathcal{E}_2')^2 \geq (\mathcal{E}_2^{l-1})^2 + (\mathcal{E}_1^{l-1})^2$ решение будет иметь вид: $\beta^{(l)} = (-1)^{l-1} \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arcctg} \left(\frac{r}{\bar{\lambda}} \Delta s \right) \right)$.

Любое деформированное состояние в пятимерном векторном пространстве деформаций может быть достигнуто в виде плоской многозвенной тра-

ектории. Исходя из этого, сделано следующее **утверждение**: При силовом воздействии на изотропный материал всегда найдется активный процесс сложного нагружения, при котором работа внешних сил будет меньше чем при простом нагружении при достижении того же деформированного состояния.

В параграфе 3.3 рассмотрен ряд технологических задач, при которых можно добиться снижения работы формоизменения. В этом направлении известны работы Н.Н.Столярова, L.Sadok & S.Urbansky и А.С.Пшенишнюка.

Рассмотрен процесс волочения латунной трубы сквозь цилиндрическую матрицу (образующая конической матрицы выражается как $y = C - ax$, $C=113.75$, $a=5.67$, угол у вершины матрицы составляет 10^0) при внешней осевой силе $P_0=26948\text{Па}$. Коэффициент трения примем равным $f=0.3$. Давление трубы на стенки матрицы зависит от силы трения с параметром $k=0.15$.

Внешняя нагрузка в этом случае есть: $q_1 = \frac{F}{f \pi L(r_0 + r_n)}$, $q_n = -q_1 k$. Диа-

грамму связи между вектором напряжений и деформаций выберем как:

$$\bar{\sigma} = A \operatorname{th}(\beta \Xi), \quad \Xi = \frac{1}{\beta} \operatorname{arth}(\bar{\sigma}/A), \quad A = \sigma_\infty, \quad \beta = 2G/\sigma_\infty, \quad \sigma_\infty = \frac{5}{3} \bar{\sigma}_s,$$

$$\sigma_s = 117 \text{ МПа}, \quad E = 113796 \text{ МПа}, \quad \mu = 0.348.$$

Рассмотрим величину $\int_{s_0}^s \bar{\sigma} d\bar{\Xi}$, так как именно эта часть работы дает нам возможность снижать затраты на процесс формоизменения. Как можно видеть (рис. 16), работа при сложном нагружении меньше чем при простом.

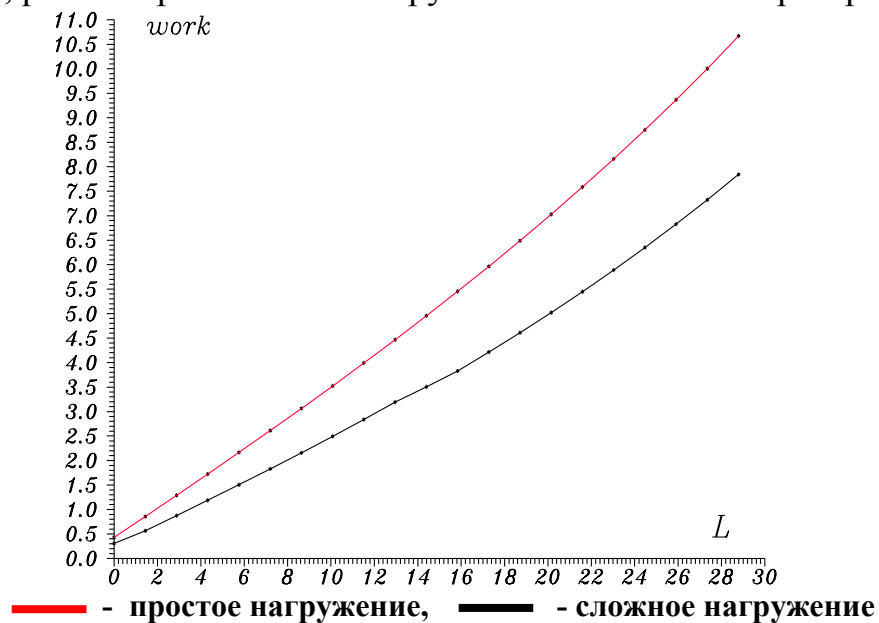


Рис. 16. Работа формоизменения

В четвертой главе диссертации рассмотрен метод граничных интегральных уравнений для решения задач пластичности на основе аппроксимирующего соотношения Ильюшина и с учетом сложного нагружения.

Рассмотрим прямой метод граничных элементов. Для задач теории пластичности тождество Сомильяны выводится на основе метода взвешенных

невязок: $\dot{\sigma}_{ij,j} + b_j = 0$, $\dot{p}_i - \delta_{ij} n_j = 0$, $\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i})$, при этом ε_{ij}^{pl} - рассматриваются как начальные деформации:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij}^* - \dot{\sigma}_{ij}^{pl}, \text{ где } \dot{\sigma}_{ij}^* = C_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}.$$

Итак, при выводе граничного интегрального уравнения использовалась гипотеза, что полная деформация состоит из суммы упругой и пластической деформаций, и положение, что разгрузка происходит по упругому закону. Исходя из этих положений, тождество Сомильяны в виде начальных деформаций запишется в виде:

$$\dot{u}_j = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \dot{p}_j d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{ij}^* \dot{u}_j d\Gamma + \int_{\Omega} u_{ij}^* \dot{b}_j d\Omega + \int_{\Omega} \sigma_{jki}^* \dot{\varepsilon}_{jk}^{pl} d\Omega. \quad (9)$$

Так как уравнение (9) построено с помощью метода взвешенных невязок, то рассматриваемая поверхность Ω с границей Γ , вообще говоря, может иметь ребра и углы (регулярная по Келлогу и не обязательно гладкая). Весовые значения $u_{ij}^*(\xi, x)$, $p_{ij}^*(\xi, x)$ изначально могут быть выбраны любыми функциями, удовлетворяющими условию Гёльдера и имеющими определенную гладкость. В нашем случае используются фундаментальные решения Кельвина. Граничное интегральное уравнение имеет вид:

$$c_{ij}(\xi) \dot{u}_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^* \dot{u}_j(\xi) d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \dot{p}_j d\Gamma + \int_{\Omega} u_{ij}^* \dot{b}_j d\Omega + \int_{\Omega} \sigma_{ijk}^* \dot{\varepsilon}_{jk}^{pl} d\Omega. \quad (10)$$

В параграфе 4.1 рассмотрен вопрос о существовании и единственности решения граничного интегрального уравнения. Существование и единственность решения уравнения, налагая определенные ограничения на функции, показано на основе метода сжимающих отображений.

Определим $x = x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ как координаты области определения в n -мерном пространстве, по сути, это упорядоченная группа из n действительных чисел с метрикой $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{k=1}^n (y_k - x_k)^2}$, составляющая n -мерное

арифметическое Евклидово пространство. Множество всех точек $x = x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ обозначим через $\{\Omega\}$.

Определим функции $u_i = u_i(x_1, \dots, x_n)$ ($i = 1, m$) на множестве $\{\Omega\}$, которые принимают значения из множества $\{N\}$. Если рассматривать u_i как координаты, то $\mathbf{u} = \mathbf{u}(u_1, u_2, \dots, u_m)$ есть множество непрерывных векторных функций $\{\mathbf{u}\}$, которое образует линейное пространство с метрикой $\rho(\mathbf{f}, \mathbf{g}) = \max_{\substack{i=1, m \\ x \in \Omega}} |g_i - f_i|$, образующих пространство векторных функций $\tilde{C}[N[\Omega]]$

или кратко $\tilde{C}[\Omega]$.

Лемма. Если последовательность векторных функций $\mathbf{u} = \mathbf{u}(u_1, u_2, \dots, u_m)$ в $\tilde{C}[\Omega]$ фундаментальна, то это равносильно равномерной сходимости после-

довательности векторных функций $\{\mathbf{u}^k\}$ в смысле метрики в $\tilde{C}[\Omega]$. Как следствие: множество $\tilde{C}[\Omega]$ является полным.

Выразим граничное интегральное уравнение в векторной форме. Определим скалярное произведение как: $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_i v_i$, тогда в операторном виде имеем:

$$\lambda \mathbf{y} + \int_{\Gamma} \mathbf{f} \mathbf{y} d\Gamma + \int_{\Gamma} \mathbf{g} \mathbf{L}(\mathbf{y}) d\Gamma = C_2,$$

$$\text{где } C_2 = -\mathbf{c} \tilde{\mathbf{u}} + \int_{\Gamma_1} \mathbf{u}^* \tilde{\mathbf{p}} d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \mathbf{p}^* \tilde{\mathbf{u}} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Omega - \Gamma_1} \sigma^* \varepsilon^{\text{pl}} d\Omega.$$

Так как всякое сжимающее отображение в полном метрическом пространстве имеет только одну неподвижную точку, то отобразим множество $\tilde{C}[\Omega]$ в себя и найдем условия, при которых интегрального уравнения имеет решение. Решение будет существовать и будет единственным если:

$$\lambda^{-1} \left[\left| \int_{\Gamma} \mathbf{f} d\Gamma \right| + |\mathbf{E}| \left| \int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma \right| \right] < 1, \text{ при условии, что оператор } \mathbf{L} \text{ удовлетворяет условию}$$

$$\text{Липшица по аргументу } \mathbf{y}: \rho(\mathbf{L}\mathbf{y}_1, \mathbf{L}\mathbf{y}_2) \leq |\mathbf{E}| \rho(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2).$$

Утверждение: Решение интегрального уравнения (10) будет единственным и непрерывным при выполнении условия $\left[\left| \int_{\Gamma} \mathbf{f} d\Gamma \right| + |\mathbf{E}| \left| \int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma \right| \right] < \lambda$.

Как можно видеть, интеграл $\int_{\Gamma} u_{ij}^* d\Gamma$ существует, если подынтегральная функция выбрана в виде фундаментального решения Кельвина. Интеграл $\int_{\Gamma_2} p_{ij}^* d\Gamma_2$ существует в смысле главного значения Коши, так как $p_{ij}^* = \frac{M(\xi, x)}{r^2}$. Величина $|\mathbf{E}|$ не может превышать 0.001, так как рассматриваются малые деформации, удовлетворяющие соотношениям Коши. Интеграл $\int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma$ также существует в смысле главного значения Коши. Для гладкой поверхности диагональные компоненты матрицы λ^{-1} имеют значение 2 и для угловых точек и ребер также ограничены.

Таким образом, выполнение условий существования решения интегрального граничного уравнения (10) является очевидным для рассматриваемых регулярных гладких границ. Следует отметить, что выведенное условие является достаточным для существования и единственности решения, но не необходимым.

В параграфе 4.2 дана постановка задачи пластичности на основе аппроксимирующего соотношения гипотезы компланарности.

Соотношения между напряжениями σ и деформациями ε примем в виде:

$$d\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{N} d\tilde{\sigma}_{ij} - \frac{N - P}{N \cdot P} \cdot \frac{\tilde{\sigma}_{ij} d\tilde{\sigma}_{ij}}{\sigma_i \sqrt{2/3}} \tilde{\sigma}_{ij}, \quad (11)$$

где N, P - функционалы процесса, которые, принимая различные значения, определяют соотношение (11) как частные теории пластичности.

Для демонстрации процессов нагружения, возникающих в теле материала, рассмотрен образец с вырезом (концентратором напряжений) под воздействием внешней силы. Верхняя граница свободна, нижняя граница шарнирно опёрта, по боковым сторонам приложены растягивающие силы $P=1.27\text{МН/м}$. Характеристики материала следующие: $E=206\text{ГПа}$, $\sigma_s=117.7\text{МПа}$, $\nu=0.3$, $E_k=0.3E$. Ниже (рис. 17, размеры даны в см) приведены изолинии напряжений. Как можно наблюдать, концентрация напряжений высока в районе углов выреза. Траектории деформирования у вершины выреза являются кривыми средней кривизны, без явных изломов линий.

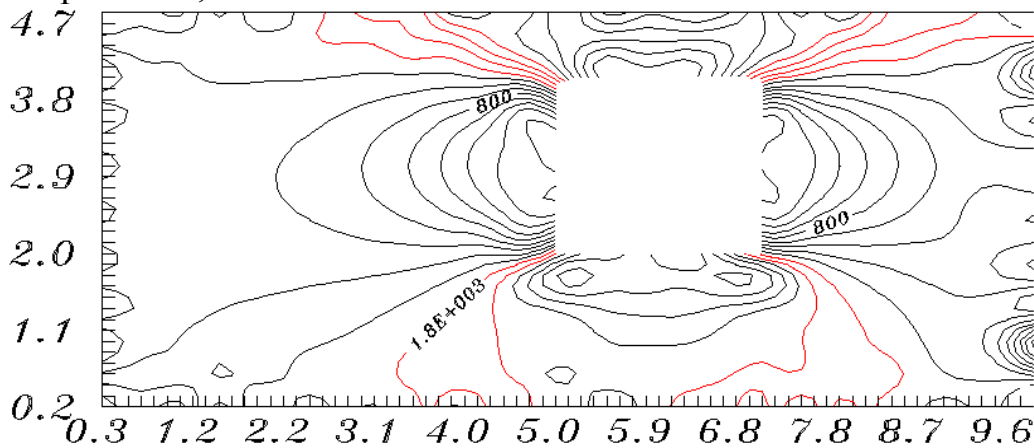


Рис. 17. Изолинии интенсивности напряжений

Отличия в расчетах по разным теориям возникают в тех задачах, где проявляется явно сложное нагружение, т.е. при многопараметрическом нагружении или при наличии концентраторов напряжений.

Следующий пример демонстрирует это. Рассмотрим решение (ПНС) об определении НДС для пластины у вершины выреза (рис. 18) и построенные траектории деформирования (рис. 19).

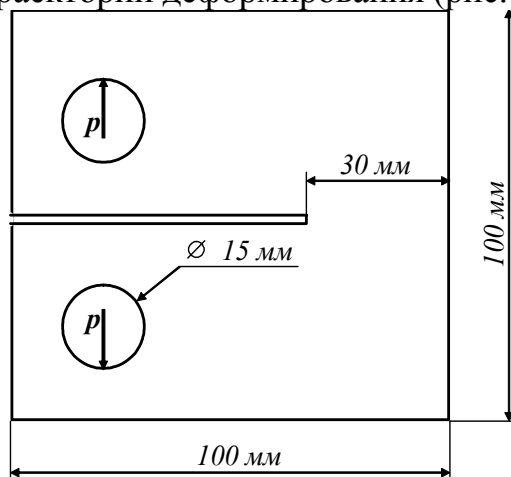


Рис. 18. Пластина с вырезом

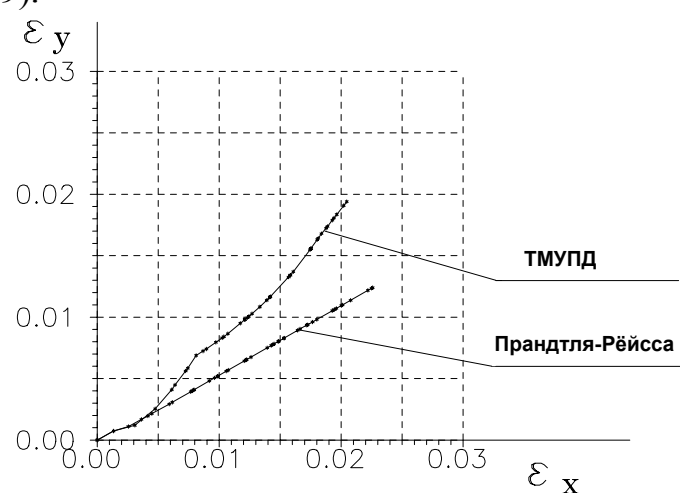


Рис. 19. Траектории деформаций в вершине трещины

Материал имеет линейное упрочнение. Характеристики материала следующие: $E=206\text{ГПа}$, $\sigma_s=480.7\text{МПа}$, $E_k=(C E + \sigma_s)/(E \sigma_s)$, $C=0.2333$, $\nu=0.3$. Пластическая составляющая деформаций имеет вид: $\varepsilon_p = C (\sigma / \sigma_s - 1)$, приложенная сила - $P=196.2\text{Н}$.

Методу разрывных смещений в задачах пластичности при сложном нагружении посвящен параграф 4.3. Применение метода граничных интегральных уравнений для задач механики разрушения описано в работах В.З.Партона и Е.М.Морозова и считается, что этот подход наиболее удачен для решения подобных задач. При рассмотрении задач с одной или несколькими узкими щелеподобными вырезами и щелями для нахождения решения удобно использовать метод разрывных смещений. Подобные задачи вызывают повышенный интерес в геомеханике и в связи с новыми определяющими соотношениями для различных видов новых материалов.

Рассмотрена задача о растяжении образца с одной краевой трещиной при действии равномерно распределённой нагрузки. Расчёт проводился по теории Прандтля-Рейсса, Прагера и по деформационной теории Ильюшина.

Как показали расчеты, траектории деформации получаются сложными (средней кривизны) и поэтому соответствующие решения, полученные по теориям, требуют проведения оценки физической достоверности решений.

Так как траектории средней кривизны лучше чем другие теории описывает теория Прагера, то были использованы положения этой теории и проведен численный эксперимент, для сравнения их с результатами расчетов по теориям Прандтля и Ильюшина. На рис. 20 изображены траектории деформации в разных плоскостях, и, как видно, расчеты по теории Прагера близки к результатам, полученным по теории Прандтля-Рейсса (отклонение не более 5%).

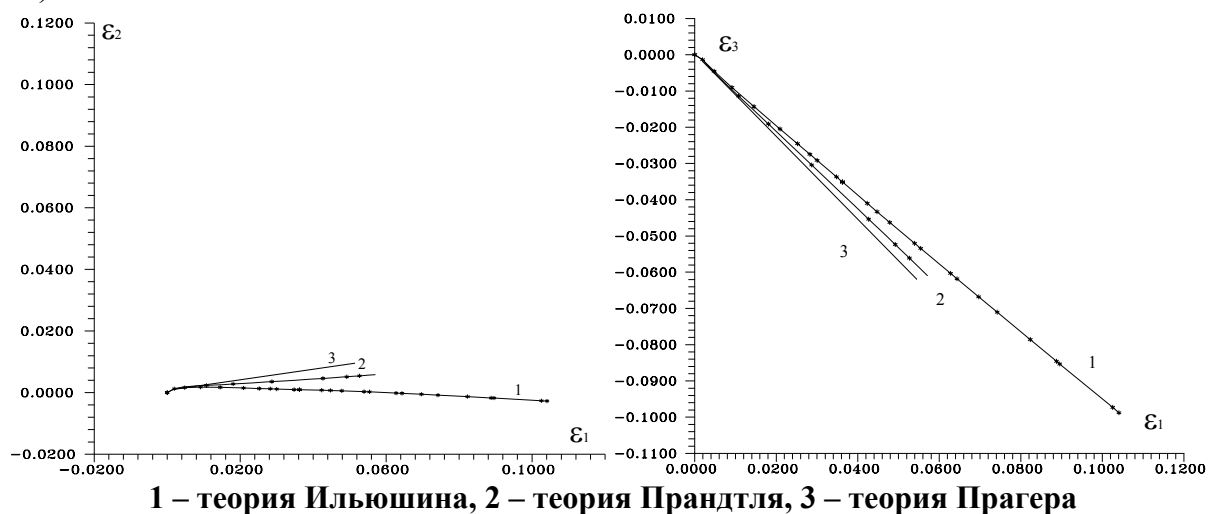


Рис. 20. Траектории деформирования

Во многих практических задачах геометрия трехмерных тел и система внешних нагрузок таковы, что можно их рассматривать как осесимметричные задачи. В параграфе 4.4 разработан и апробирован именно этот подход.

Рассмотрено решение о нагружении конечной цилиндрической оболочки, жестко закрепленной в левом углу и нагруженную растягивающей силой на правом конце. Участвуют также и другие внешние силы: кольцевая внешняя сжимающая сила, внутреннее давление и распределенная нагрузка на участке, прилегающем к защемлению (рис. 21).

Последовательность приложения сил показана на графике (рис. 22). Полученное решение было сравнено с решением этой задачи по теории оболочек методом СН-ЭВМ. Ниже показаны (рис. 23) изменения интенсивности напряжений вдоль образующей цилиндрического тела. Здесь можно наблюдать резкие изменения напряжений в месте локализации кольцевого давления.

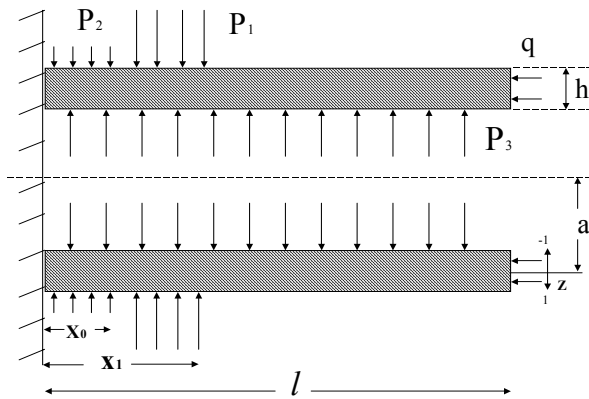


Рис. 21. Цилиндрическое тело при сложном нагружении

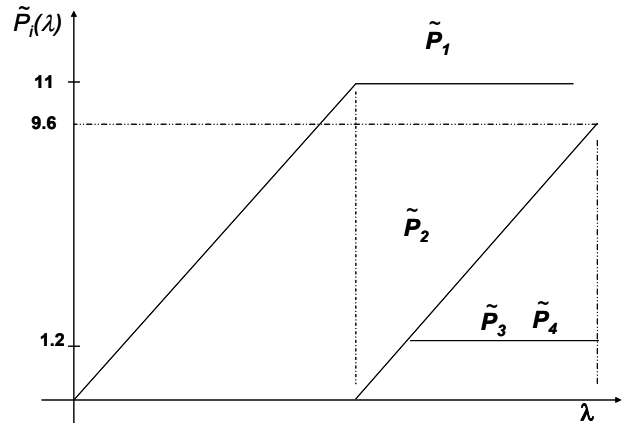


Рис. 22. Последовательность приложения сил

На графике (рис. 24) построены диаграммы изменения смещений по длине тела в безразмерных величинах ($\tilde{w} = w/(a\varepsilon_s)$). Расхождение с решением метода СН-ЭВМ достигает 7%. Качественная картина, полученная на обеих графиках, сохранена и точность приемлема для задач пластичности.

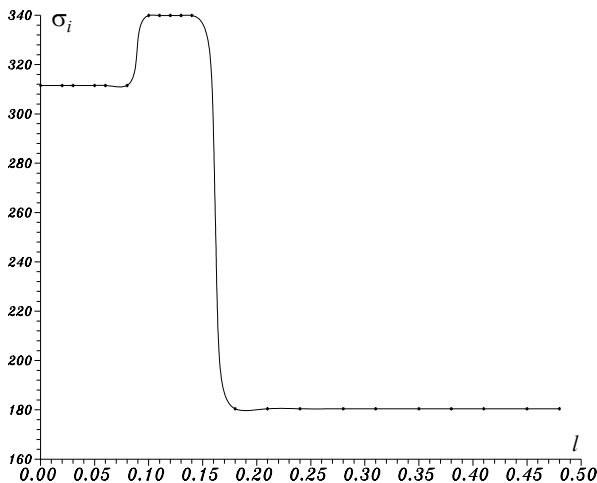
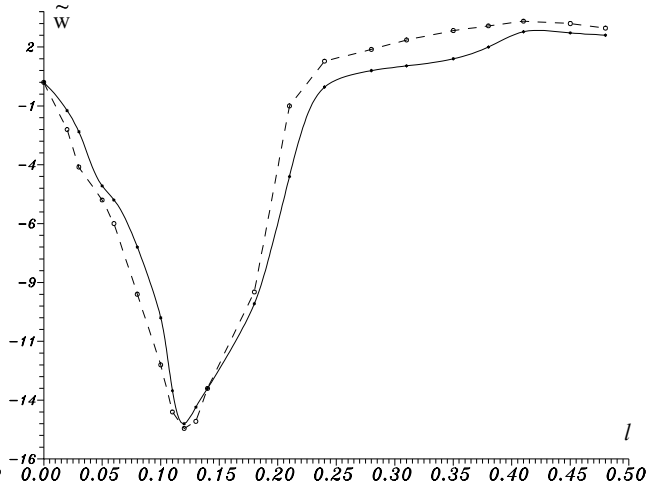


Рис. 23. Значения интенсивности напряжений вдоль срединной поверхности тела



Пунктирная линия – решение методом СН-ЭВМ, сплошная – решение на основе предложенной аппроксимации

Рис. 24. Перемещения полученные оболочкой при нагружении

Как показывают решения приведенных выше задач, для более полного учета распределения напряжений в теле следует учитывать сложное нагружение. Требуется проведение оценки физической достоверности решений и учет погрешностей в коэффициенте запаса. Для более полного учета свойств материалов при решении задач следует использовать метод СН-ЭВМ. Это позволит решить задачи с использованием экспериментов на сложное нагружение с максимальной точностью, которая достижима в экспериментах.

Заключение

В ходе выполнения работы получены следующие результаты.

1. На основе теоретико-экспериментальных исследований определены области физической достоверности теорий пластичности для рассмотренных в работе процессов сложного нагружения, характеризующих особенности деформирования конструкционных материалов при решении прикладных задач.
2. Теоретически и экспериментально доказана сходимость метода СН-ЭВМ при различных видах аппроксимирующих соотношений. Квазилинейный вариант аппроксимирующего соотношения имеет одинаковую скорость сходимости с дифференциальной зависимостью для двузвенных процессов нагружения. Для процессов нагружений с постоянной кривизной при предварительном простом участке нагружения квазилинейный вариант аппроксимации имеет одинаковую скорость сходимости для материалов с коэффициентом упрочнения $\nu \leq 0.8$, а для материалов с $\nu > 0.8$ – при малых величинах предварительного нагружения.
3. На основе опытов с различными конструкционными изотропными материалами экспериментально определены фундаментальные свойства функционалов пластичности. Предложены аппроксимации для угла сближения и функционалов P и N , модифицированная аппроксимация для функционала $\dot{\sigma}$.
4. Построены определяющие соотношения, учитывающие сложное нагружение изотропного материала.
5. Построена модель для описания поведения трансверсально-изотропного материала при сложном нагружении и экспериментально доказано, что данная модель адекватно описывает процессы сложного нагружения;
6. Выявлен эффект снижения работы формоизменения материалов при сложном нагружении и выведены условия, при которых работа сложного нагружения будет меньше работы чем при простом нагружении.
7. Доказано существование решения интегрального уравнения и его единственность с выбором предложенного варианта аппроксимирующих соотношений.
8. Предложены алгоритмы решения плоских и осесимметричных задач пластичности прямым методом граничных элементов, основанные на гипотезе компланарности.
9. Реализован метод разрывных смещений с использованием гипотезы компланарности как аппроксимирующего соотношения в теории пластичности.

В диссертационной работе, именно, аспект учета сложного нагружения был главным лейтмотивом проведения исследований для применения этих знаний при решении практических задач.

**SCIENTIFIC COUNCIL ON AWARD OF SCIENTIFIC DEGREE OF
DOCTOR OF SCIENCES 16.07.2013.T/FM.02.02 AT TASHKENT STATE
TECHNICAL UNIVERSITY AND NATIONAL UNIVERSITY OF
UZBEKISTAN**

TASHKENT STATE TECHNICAL UNIVERSITY

ABIROV RUSTAM ABDULLAEVICH

**DEVELOPEMENT OF MATHEMATICAL MODELS
OF PLASTICITY WITH DEFORMATION OF MATERIALS
UNDER COMPLEX LOADING**

**01.02.04 – Mechanics of deformable rigid body
(physical and mathematical sciences)**

ABSTRACT OF DOCTORAL DISSERTATION

Tashkent – 2014

The subject of doctoral dissertation is registered the Supreme Attestation Commission of the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan in number 30.09.2014/B2014.5.FM135.

Doctoral dissertation is carried out at Institute of mechanics and seismic stability of structures of the Academy of sciences of the Republic of Uzbekistan.

The full text of doctoral dissertation is placed on web page of Scientific council 16.07.2013. T/FM.02.02 at the Tashkent State Technical University and National University of Uzbekistan to the address www.tdtu.uz/tadqiqitchi/dis_matn.htm.

Abstract of dissertation in three languages (Uzbek, Russian, English) is placed on web page to address www.tdtu.uz/tadqiqitchi/avr_matn.htm and Information-educational portal “ZIYONET” to address www.ziyonet.uz.

**Scientific
consultant:**

Babamuratov Kamol Shaymardankulovich
doctor of sciences in physics and mathematics, professor

**Official
opponents:**

Abdusattarov Abdusamat
doctor of sciences in technics, professor

Artikov Turdali Usmanalievich
doctor of sciences in physics and mathematics, professor

Khudaynazarov Khayrullo
doctor of sciences in technics, professor

**Leading
organization:**

Samarkand state architectural and civil
engineering institute

Defense will take place «___» _____ 2014 at _____ at the meeting of scientific council number 16.07.2013.T/FM.02.02 at the Tashkent State Technical University and National University of Uzbekistan to address: 100095, Uzbekistan, Tashkent, University str.,2. Phone/fax: (99871) 227-10-32; e-mail: tadqiqitchi@tdtu.uz.

Doctoral dissertation is registered in Information-resource centre at Tashkent State technical university № ____, it is possible to review it in IRC (100095, Uzbekistan, Tashkent, University str.,2. Phone: (99871) 246-46-00.

Abstract of dissertation sent out on «___» _____ 2014 year
(mailing report № ____ on _____ 2014 year)

K.A.Karimov
Chairman of scientific council on award of scientific
degree of doctor of sciences D.T.S., professor

N.J.Turahodjaev
Scientific secretary of scientific council on award of
scientific degree of doctor of sciences Ph.d in technics

M.M.Mirsaidov
Chairman of scientific seminar under scientific council
on award of scientific degree of doctor of sciences,
D.T.S., professor

ANNOTATION OF DOCTORAL OF DISSERTATION

Topicality and demand of the subject of dissertation. The plasticity is one of the important independent scientific directions in continuum mechanics. The requirements for maximal using of strength reserves of materials, reduction specific consumption of materials, optimal designing in more cases depend from presence and account of plastic deformations in structure and are important problem of engineering practice.

Further development and improvement of products in machine-building, mining, aircraft building, shipbuilding, space technologies are connected with introduction of new materials, optimization of structural solutions, which include arbitrary combinations of manifold bodies working in conditions of complex loading. Consideration of inelastic in particular, plastic properties of material allows to redistribute local stresses uniformly along the whole bulk of metal; that lowers the risk of damage, allows to take into account reserves of bearing capacity.

In system of equations for boundary problems of plasticity the physical equations has great importance. These correlations have to realistically describe the mechanical characteristic of material. It should be noted that in plasticity the relations between force and kinematic characteristics do not contain time component, but are substantially conditioned by the succession of loads applied. The requirements of maximal use of safety reserve of materials, bearing capacity of structures, economic efficiency, optimal projecting depends on consideration of plasticity properties. It means that these inquiries are important and demand of practice.

The Resolution of the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan in number 191 from 04.11.2012 "On safety modes of construction of auto transport vehicles" underline demands dissertation study. It is coming from new problems of the modern technology, where are widely used new material in vehicles working in condition of complex loading and under plastic deformation.

Development of effective methods of design, analysis and search of optimization solutions for strength problems, material-consumption of machine-building products by building determinant relationships for certain classes of multi-parameter loading is an important component of solution of the problem connected with plasticity and is in demand in development of modern engineering. The study of properties of the functional of plasticity under multi-parameter loadings, the check-up of physical reliability of the theories of plasticity under different types of loading and derivation of new models of equations of state of the medium – considerably increase an efficiency of calculations in strength problems and present wide scientific problem of both theoretical and applied character.

Development of effective methods of design, analysis and search of optimization solutions for strength problems, material-consumption of machine-building products by building determinant relationships for certain classes of multi-parameter loading is an important component of solution of the problem connected with plasticity and is in demand in development of modern engineering. The study of properties of the functional of plasticity under multi-parameter loadings, the check-up of physical reliability of the theories of plasticity under different types of

loading and derivation of new models of equations of state of the medium – considerably increase an efficiency of calculations in strength problems and present wide scientific problem of both theoretical and applied character. Hence the investigations of complex loading in strength problems acquire now dynamism and new impulse to development.

Conformity of research to priority directions of development of science and technologies of the Republic of Uzbekistan.

Present work is executed in accordance with priority direction of development of science and technology of the Republic of Uzbekistan: Energetic, energy saving technologies; Earth sciences by program FRP-4 «Mathematics, mechanics and informatics».

International review of scientific researches on the dissertation subject.

In leading scientific centres of USA (Los Alamos and Oak Ridge national laboratories) and Russia (Institute of mechanics, MSU) the study of complex loading processes at high temperature has allowed to raise of strength of the canal pipes of atomic reactors.

In Japan laboratories (Tsukuba) the experiments under complex cyclic loading lead to increasing of strength resources of the blades of the power turbines.

In scientific institutes Ukraine (Applied mechanical engineering, Technical Physics) experiments under cryogenic temperature have brought about new development frost-resistant element for space units.

In universities of Finland (Oulu), France (Grenobl), Portugal (Aveyro) the study in complex loading field enabled to find power-safe technologies for metal forming processes.

Wide spectra experimental investigations for studying of metal properties under high and cryogenic temperatures, cyclic loading and complex loading are provided. These results of studies find its application at calculation of drilling columns, pumps, shells, machines and mechanisms. Here are broadly used different nomenclature experimental test facilities on complex loading.

At present in USA (Maryland and Stanford universities) and Ukraine (Strength of material and Applied mechanics institutes) are studied of fundamental characteristic of anisotropic materials under complex loading. In Japan laboratory (Nagoya university) and Russia (TSTU, Institute of problems of mechanics, institute of Hydrodynamics) are conducted experiments on complex unloading, cyclic loading on different materials by spatial path of complex loading. These experimental works lead to building of the new models in plasticity.

Due to multiformity of the character of external loads and external effects there do not exist now any reliable determinant correlations, which describe the whole specter of loading. Neither are stated any relations between stresses and strains for arbitrary form of loading acceptable for practical calculations. Determination of new models for partial classes of loading is in constant development.

Degree of study of problem. Due to the complexity and variety of occurrence of the mechanisms of plastic deformation, the relations between stresses and strains for arbitrary type of loading, acceptable for practical calculations were not yet stated.

The requirements of engineering practice, connected with the problems of strength, stability, dynamics, detection of reserves of bearing capacity of structures and mechanisms, utilize the hypotheses and preconditions of phenomenon character, based on observations and experiments, which are evidently limited and based on macro-properties of continuum. These approaches cannot reliable to solve modern practice problems.

The classic theories of plasticity being built on simplified hypothesis can not describe whole spectrum of complex loading processes appearing in continuum and have accordingly limited area of the reliable description. Hence, the making the new models for special classes of loading, study of plasticity functionals for planar and spatial loading processes, experimental studies of materials under different external influence are found in permanent development

The problem of building of physical dependences, which describe actual behavior of materials in the processes of plastic flow, materials behavior presents a complex problem. The complexities are non-linear character and irreversibility, as well as a great number of phenomena, occurring after the withdrawal of material from elasticity. Two directions within frame of phenomena approach are realized. The aim of the first of them is a development of general concepts to describe more exactly the properties of continuum, the second one presents approximate engineering description of inelastic phenomena to realize them in design.

Basic concepts of Iluyshin's classical mathematical theory of elastic-plastic processes and Valanis's endochronic plasticity open the new horizons for description earlier not taken into account the effects appearing at plastic deformation. By russian V.A.Likhachev, P.V.Trusov, polish Z.Mroz scientists the physical theories of plasticity are developed. In Uzbekistan³ the important plasticity problems are solved by V.K.Kabulov, K.Sh.Babamuratov and T.Buriev.

The development of the models of inelastic behavior of material under different types of loading presents both scientific and practical interest. The scientific analysis shows that theoretical and experimental development to mathematical theory of elastic-plastic processes opens the prospect as in description fundamental characteristic of material at plastic deformation.

Connection of dissertational research with the plans of scientific-research works is reflected in following projects: fundamental scientific projects: 1.10.2.3 «Investigation of strength and deformations of plastic continua at complex stress state and complex loading» (2000-2002); F.1.2.3 «Investigation and development complex strain's analysis approaches at real material properties. Statement and solution of new plasticity problems on the base of experimental justified constitutive relations» (2003-2007); FA-08-Φ085 «Theoretical and experimental investigations, development of constitutive relations for complex processes for plastic and viscoelastic continua» (2008-2011).

³ Kabulov V.K. Algorithmization in continua mechanics. – Tashkent: FAN, 1979. – 250p.

Babamuratov K.Sh., Ilushin A.A., Kabulov V.K. CL-computer method and its application to plasticity. – Tashkent: FAN, 1987. – 288p.

Buriev T. Algorithmization of calculation of bearing elements of thin wall structures. – Tashkent: FAN, 1986. – 127p.

Purpose of research is the development of theory of elastic and plastic processes, development of experimentally substantiated physically reliable constitutive relations for partial forms of complex loading, elaboration of numerical approach and algorithm for solution of plasticity problems with account of complex loading.

To achieve this goal the following tasks of research are solved:

determination of quality and quantity character of material properties under different types of complex loading;

determination of the limits of applicability of classical theories of plasticity in description of discussed processes of complex loading;

statement of fundamental non-linear properties of functional of plasticity under different types of complex loading;

building of theoretically and experimentally substantiated determinant relations for the solution of the problems of plasticity under complex loading;

investigation and explanation of the effect of decrease of work of plastic forming of material under complex loading;

building of algorithms for application of offered models in realization in numeric calculations.

Object of research are plastic behavior of constructive materials and properties of isotropic and anisotropic materials at multiparametric complex loading.

Subject of research are functional of plasticity's properties at different types of complex loading, development of mathematical models and methods for solving of boundary problems of plasticity under complex loading.

Methods of research. There are experimental methods, hypotheses and postulates of mechanics of deformable rigid body, methods of functional analysis, methods of optimization and numerical approaches for solving of plasticity problems used in investigations.

Scientific novelty of dissertational research consists in the following:

areas of physical reliability of the theories of plasticity are determined in respect to discussed processes of complex loading;

constitutive relation on the basis of experimental study of isotropic metals is built;

an equation of state for transversal-isotropic body is derived by experimental data and theoretical statements;

algorithm for numeric solution of the problems was built and realized for offered model of determinant relations;

convergence of CL-computer method was experimentally proved under different options of approximation of determinant relations;

possibility to decrease the work of plastic forming was revealed and proved under complex loading and the ways to reach it were shown;

method of design was worked out on the basis of offered model with the method of boundary integral equations with practical application for problem solution.

Practical results of inquiry include:

the constitutive relations for taking into account of reserves of bearing capability of materials are developed;

perspective development of obtained results consists in the processes of forming of metals in metallurgy; this allows to safe energy consumption in technological processes;

numerical approaches is base for mine excavation works, slope stability, drill pipes and columns, etc. calculation are created.

Reliability of obtained results is substantiated by the fact that experimental studies were carried out within the frames of worked out by Ilyushin's scientific school CL-computer method; theoretical studies were based on the use of postulates and hypothesis continuum mechanics and mechanics of elastic plastic processes.

Theoretical and practical value of results of research. Theoretical value of results of study consists in the fact that constitutive relations for isotropic and anisotropic materials obtained in dissertation are the bases for the study of material properties, displayed under complex loading only. In work the theory of elastic plastic processes theory are take developing, studied fundamental characteristic of plasticity functionals, reflecting qualitative behavior and quantitative features of material properties which will are used at solution of applied problems.

Practical value of the work includes numeric method of design of applied problems with account of complex loading. This achievements will be used in design of drill and case pipes, in determination of the moment of crack initiation in rock mass. Optimization methods in the processes of forming of metals (stamping, dragging, pressing-out, etc.), which will lead to energy saving in production process, are revealed in the work.

Realization of results of inquiry. Developed in investigation the approach for of stability of fissure continua are accepted to use in design practice by State joint-stock railway company «Uzbekistan temir yullari» at laying of the new railways and determination of escarpment's stability on Tashguzar-Baysun site, where effect was increasing to reliability and provision to safe unfailure train traffic (conclusion from 20.09.2011г.). Theoretical positions and achieved results for calculation of structural elements under multi parametric loading and developed numerical methods within framework of scientific projects GNTP-16 № FA-A16-F046 «Development and introducing the methods of calculation of fissured materials with taking inelastic deformations under complex stress state» and GNTP-4 № A-4-048 «Development of methods of determination of columns damages' reasons and technologies of its prevention at drilling and operating of bore holes» were applied (conclusion of Committee for coordination science and technology development under Cabinet of Ministers of Uzbekistan from 13.11.2008 and 11.11.2011).

Approbation of work. Principal results of dissertation work were reported in 30 scientific seminars, conferences, symposia, congresses, including 15 international ones: IMECE ASME (New York–2001; Boston–2008); 14th USNCTAM (Blacksburg–2002); Euromech-Mecamat (Liege–2002, Torino - 2008); ESMC-5

(Thessaloniki–2003); Development in plasticity and fracture (Cracow–2004); ECEES (Geneva–2006); VIII, IX, X All-Russian congresses on theoretical and applied mechanics (Perm – 2001; Nijny Novgorod – 2006, 2011); International scientific-technical conference “Strength of materials and elements of structures” (Kiev – 2010). Full contents of dissertation were reported on united council of Institute of mechanics and seismic stability of structures of Academy of Sciences of Republic of Uzbekistan and on scientific seminar by 01.02.04 – “Mechanics of deformable rigid body” speciality under Scientific council 16.07.2013. T/FM.02.02.

Publication of results. Basic results of the dissertation in 53 works are published, 23 of them in scientific periodicals, including 8 in international journals.

Structure and volume of dissertation. Dissertation consists from introduction, four chapters, conclusion and references with 247 titles. Total volume of the dissertation contains from 198 pages, including 155 figures and 4 tables.

MAIN CONTENT OF DISSERTATION

In the introduction the urgency and practical value of the work are substantiated. The aims are given and basic problems are determined; solution of these problems provides with an achievement of these aims. Scientific novelty is formulated as well as principal statements of the dissertation submitted for defense. Practical importance and reliability of results obtained are substantiated. It also contains brief information on all chapters of the dissertation.

The development and improvement of constitutive relations in plasticity already more age are found into view specialist on mechanics. Amongst offered models wide spreading have got the theories of Prager, Henki-Nadai, Prandtl, Reuss, Ilyushin. There are Z.Mroz, D.D.Ivlev, S.L.Hristianovitch, A.Yu.Ishlinskiy, V.V.Sokolovskiy, L.M.Kachanov, E.I.Shemyakin, V.D.Klyushnikov, Yu.I.Kadashevich, V.V.Novozhilov, I.Ohashi, Yu.N.Shevchenko, A.A.Lebedev, V.P.Degtyaryov, A.M.Zhukov, V.G.Zubchaninov, B.E.Pobedrya, V.V.Moskvitin and others have contributed significant contribution to development of the plasticity by theirs theoretical and experimental investigations. The mathematical theory of processes by Ilyushon was the basis for inquiry in presented dissertation work. In this direction V.S.Lensky, V.G.Zubchaninov, R.A.Vasin, A.S.Kravchuk, K.Sh.Babamuratov, V.S.Bondar, I.M.Korovin, V.V.Kosarchuk, V.I.Maliy, V.M.Zhigalkin, V.V.Garanikov, P.V.Trusov, N.L.Ohlopkov, Yu.G.Korotkih, V.S.Gudramovich, A.I.Hodzhimetov, and others are conducted the investigations.

In the first chapter to experimental and theoretical study of plastic properties of construction materials under partial types of complex loading are described. Equations of mechanical state of some options of constitutive relations are given here, as well as examples of assessment of physical reliability of partial options of the theories of plasticity with the use of data of tests in CL-devices of kinematic and dynamic types. Specific character of metal behavior under complex loading is the subject of numerous experimental and theoretical works, carried out in ISM, ITF NAS of Ukraine, IPM MSU, Institute of mining of SB of RAS, TSTU, IMSS of AS of RUz, Nagoya University and other.

Statistic isothermal experiments to test pipe samples on test machine of kinematic type under the effect of axial tensile force and torsion moment were carried out within the limits of this work.

Section 1.1 is devoted to the analysis of experimental data and the range of reliability of the theories of plasticity for different types of complex loading.

Here a special interest presents the experiments on trajectories of constant curvature after the break point (Fig.1) discussed in section 1.2. The graphs tracing the process (Fig.2) distinctly show the fall in stresses after the drop and local strengthening. An important role here plays the behavior of convergence angle ϑ . As seen from experiments an angle ϑ depends on the degree of the value of plastic strain and material properties. With greater value in the section of preliminary loading, stabilization of a value of an angle of convergence happens faster.

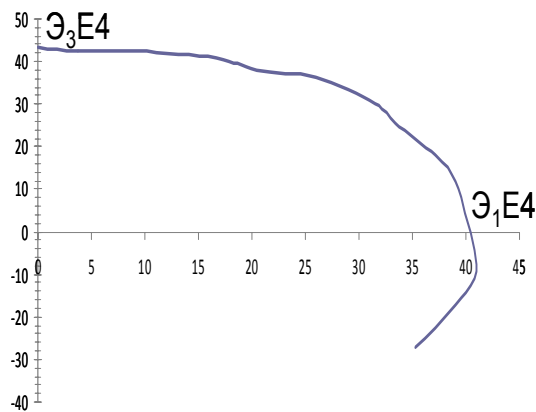


Fig.1. Realized strain path (LS-59, k=3)

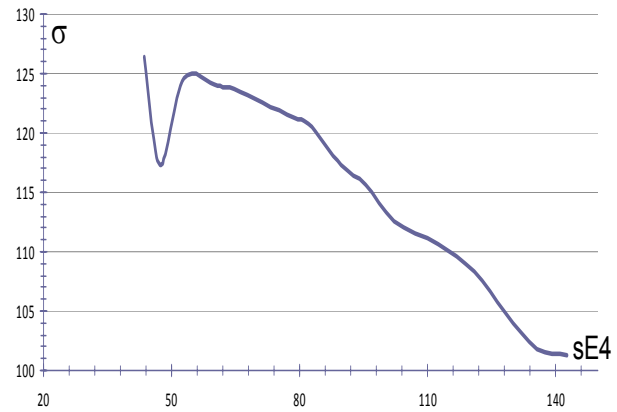


Fig.2. Strain process (LS-59, k=3)

In section 1.3 the processes of loading of different materials are studied in the form of trajectories with break point in angle $\theta > 90^\circ$ (field of deformation), which present complex loading (Fig.3,4).

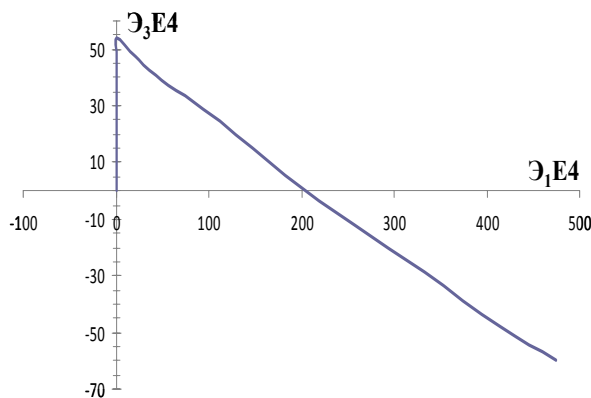


Fig.3. Realized strain path (LS-59 at $\theta=105^\circ$)

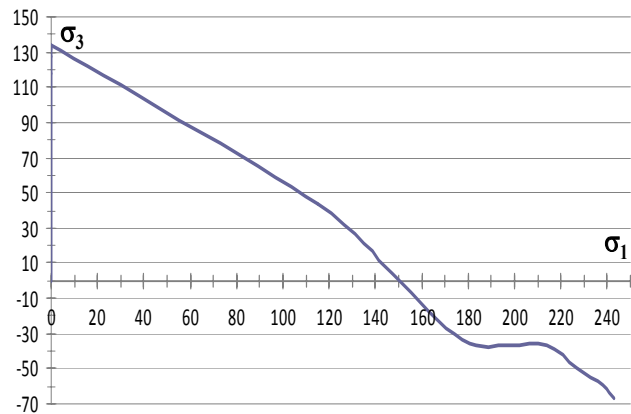


Fig.4. Loading process (steel-3 at $\theta=156^\circ$)

Both for steel-3 and brass LC-59 in experiments under complex loading break angles in the field of stresses are greater than in the fields of strains. The greater is the area of hysteresis loop (Fig.5) the larger is the angle of break; it depends on strengthening of material. For steel-3 this area is greater that for brass LC-59. Principal moment in consideration of complex unloading is, besides the study of delay principle (Fig.6), the finding of actual surface of yielding.

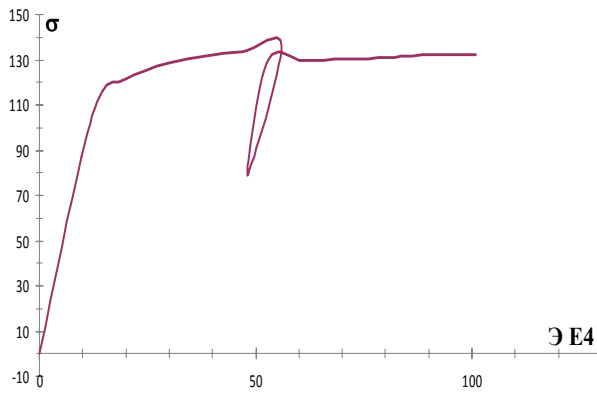


Fig.5. Loading diagram LS-59 at $\theta=142^\circ$

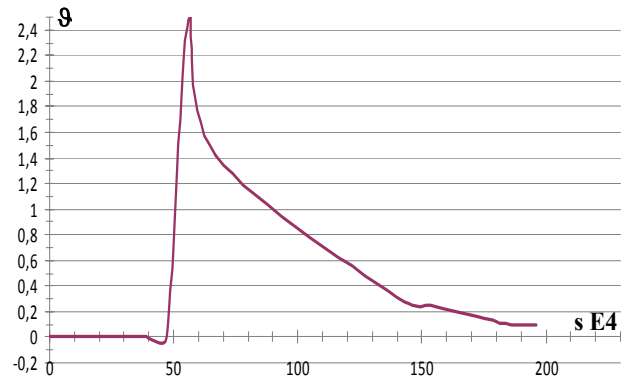


Fig.6. Angle of alteration LS-59 at $\theta=142^\circ$

Experimental data was processed (section 1.4) on three-dimensional trajectories of deformation, carried out in last decades in laboratory of Tver Technical University. Physical reliability of the theories under discussed types of complex loading with the option of constitutive relation in the form (1) was studied.

$$d\bar{\sigma} = N d\bar{\varepsilon} - (N - P) \frac{\bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}^2} \bar{\sigma}, \quad (1)$$

here N, P – plasticity functionals, $\bar{\sigma}$ and $\bar{\varepsilon}$ are stress and strain vectors.

In 1.5 a convergence of CL-computer method under different types of approximations of constitutive relations was studied in numeric and CL tests. In the work within experimental study of convergence of CL-computer method a problem is solved – the problem of two-parametric loading of thin cylinder shells under two-link processes of loading with unloading and recurring plastic deformations with the choice of approximating relation in the form of integrated link between stresses and strains (2).

$$d\bar{\sigma} = A d\bar{\varepsilon} - B \bar{\sigma} d\lambda, \quad (2)$$

here A, B, P – plasticity functions, λ - independent parameter.

In the second chapter functionals of plasticity in plane processes of deformation, to building of constitutive relations on the basis of processing and analysis of experimental data and the use of these results to solve boundary problems are inquired. Constitutive relations for transversal-isotropic material are built, introducing the parameters of consideration of complex loading. Experiments with weakly anisotropic alloy D-16 were carried out to determine the correctness of the concept of building of constitutive relations.

In section 2.1 scalar functions entering tensor non-linear approximating relations are considered; they demand concretization for different processes of complex loading. Concretization of these functions is carried out on the basis of fundamental experiments at small strains. Then some universal properties of the functionals of plasticity are determined, which characterize the process of two-parametric loading in the form of two-link broken lines without the part of partial unloading. The relationship

$$d\bar{\sigma} = N d\bar{\varepsilon} - (N - P) d\bar{\varepsilon} \bar{p}_0 \bar{p}_0, \quad (3)$$

is used, here $N = \dot{A}_1$, $P = \dot{A}_1 - \dot{A}_0 / \cos \theta$, θ - is an angle of break of strain trajectory.

Experimental-theoretical consideration of behavior of functionals N leads to its approximation in the form of monotonously decreasing curve (Fig.7). General character of behavior for functional P is shown in figure 8.

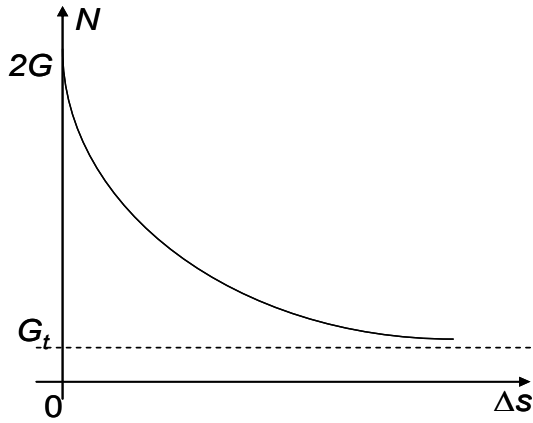


Fig.7. N value behavior

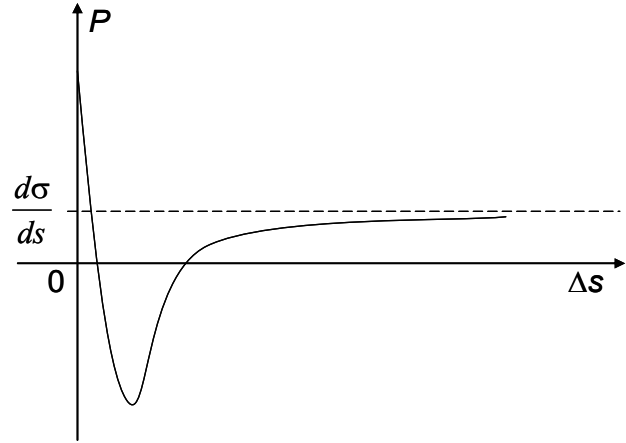


Fig.8. P value behavior

The graph is built $\dot{\sigma} \sim \theta$ in breakpoint in the form of smooth curve, which is presented as: $\dot{\sigma} = k \arccotg(\theta - d) - b$, where coefficients are found from conditions: $\theta = 0 \Rightarrow \dot{\sigma} = d\sigma/d\theta$; $\theta = \pi/2 \Rightarrow \dot{\sigma} = 0$; $\theta = \pi \Rightarrow \dot{\sigma} = -2G$.

To give physical relations between stresses and strains in (3) it is necessary to determine the values N , P , θ and ϑ where only two of them are linearly independent. So, the knowledge of any pair of these functionals is enough to determine physical relations. For the functional N :

$$N = \frac{AB}{1 + B^2 \vartheta^2} = AB \cos^2 \left(\frac{\sigma_3}{A} \right), \quad (4)$$

here $AB = 2G$, $B^2 = \left[\frac{2G}{G_t} - 1 \right] / (\bar{\lambda}^2 \sin^2 \theta)$. For convergence angle ϑ different approximations are offered, which include upper and lower limits of its variation and where the dependence on delay trace $\bar{\lambda}(s_0)$ is taken into consideration.

In 2.2 constitutive relations for plane processes without break were considered; these relations are realized in majority of problems. According to postulate of isotropy we have:

$$\bar{\sigma} = P_1 \bar{\mathbf{q}}_1 + P_2 \bar{\mathbf{q}}_2, \quad (5)$$

here $\bar{\mathbf{q}}_1 = \frac{d\bar{\Theta}}{ds}$, $\bar{\mathbf{q}}_2 = \frac{1}{\chi} \frac{d\bar{\mathbf{q}}_1}{ds}$ - are Frenet's unit vectors, $P_1 = |\bar{\sigma}| \cos \vartheta$, $P_2 = -|\bar{\sigma}| \sin \vartheta$,

and ϑ - is variable angle between vectors $\bar{\sigma}$ and $d\bar{\Theta}/ds$. It was assumed that stress vector lays in adjoining plane, for convergence angle ϑ general form of this functional in expansion on small parameter was given by V.I.Maliy in the form:

$$\vartheta = \int_0^s K(s, x) \chi(x) dx \quad (6)$$

The kernel $K(x, s)$ may be chosen from offered earlier approximations. In differential form we have: $\dot{\bar{\sigma}} = N \bar{\mathbf{q}}_1 + (\dot{\bar{\sigma}} - N \cos \vartheta) \bar{\sigma} + M \bar{\mathbf{q}}_3$, here $M = \sigma \chi_2 \sin \vartheta_1$, χ_2 - is a parameter of torsion of a curve (the second curvature).

At small twist of a curve we may assume (hypothesis of complanarity):

$$d\bar{\sigma} = Nd\bar{\Theta} - (N - P) \frac{\bar{\sigma}d\bar{\Theta}}{\sigma^2} \bar{\sigma} \quad (7),$$

here in general case $N = \frac{d\vartheta/ds - \chi}{\sin \vartheta} \sigma$, $P = \frac{d\sigma}{ds} \frac{1}{\cos \vartheta}$.

In 2.3 complex loading of shells of rotation is considered under multi-parametric loading and determination of their stress-strain state with account of obtained experimental data for functionals of plasticity.

Consider the loading of paraboloid (steel-3) wher in each section there occur the processes of complex loading in the form of two-link broken lines. In calculations Ilyushin and Prager theories give higher values of displacements (Fig.9,10) and deviations increase with the progress of loading process.

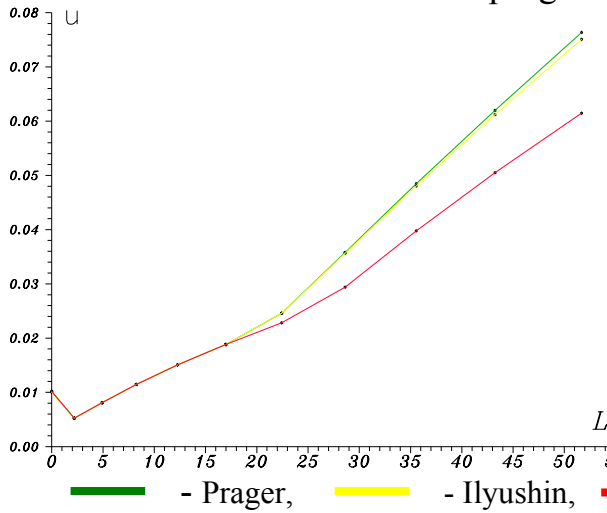


Fig.9. Radial displacements

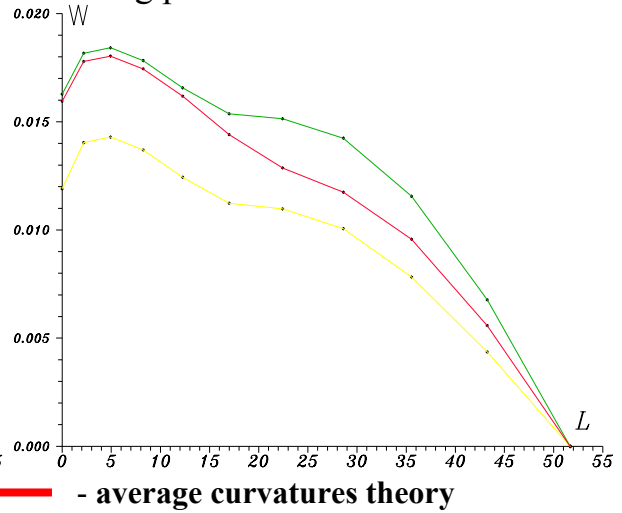


Fig.10. Tangent displacements

As a next example a loading of hyperboloid by tensile force and external pressure is considered. The case is interesting because this shell has negative Gaussian curvature. In this example the trajectories of loading realized in sections of shell have break angles less than 15° . According to experimental studies of such trajectories, carried out earlier, these processes are similar to simple ones and are well described by Ilyushin's theory. As seen (Fig.11) the values obtained with different theories are similar. So, an account of complex loading in two-link processes of complex loading considerably influences on increase of break angle.

In 2.4 experimental data obtained for isotropic materials to constitutive relations for transversal-isotropic material are expanded. Following B.E.Pobedrya's approach, based on the theory of invariants in series of orthogonal isotropic parts, it is possible to apply the postulate of isotropy to each of these spaces.

Then relationships are derived in the following form:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{P}}{dp} = \frac{\bar{P}}{|P|} \left(\frac{d\bar{P}}{dp} - \bar{P} \cos \varphi_1 \frac{\chi_{11} - \dot{\phi}_1}{\sin \varphi_1} \right) + q_{11} \left(\frac{\bar{P} \chi_{11} - \dot{\phi}_1}{\sin \varphi_1} \right) - \bar{P} \chi_{12} \sin \varphi_1 q_{13} \\ \frac{d\bar{Q}}{dq} = \frac{\bar{Q}}{|Q|} \left(\frac{d\bar{Q}}{dq} - \bar{Q} \cos \varphi_2 \frac{\chi_{21} - \dot{\phi}_2}{\sin \varphi_2} \right) + q_{21} \left(\frac{\bar{Q} \chi_{21} - \dot{\phi}_2}{\sin \varphi_2} \right) - \bar{Q} \chi_{22} \sin \varphi_2 q_{13} \end{cases}, \quad (8)$$

here Q , q , P and p are the lengths of corresponding trajectories of loading and strains in spaces of transversal isotropy. If assume that $\chi_{12}=\chi_{22}=0$, we will obtain an equation based on hypothesis of complanarity.

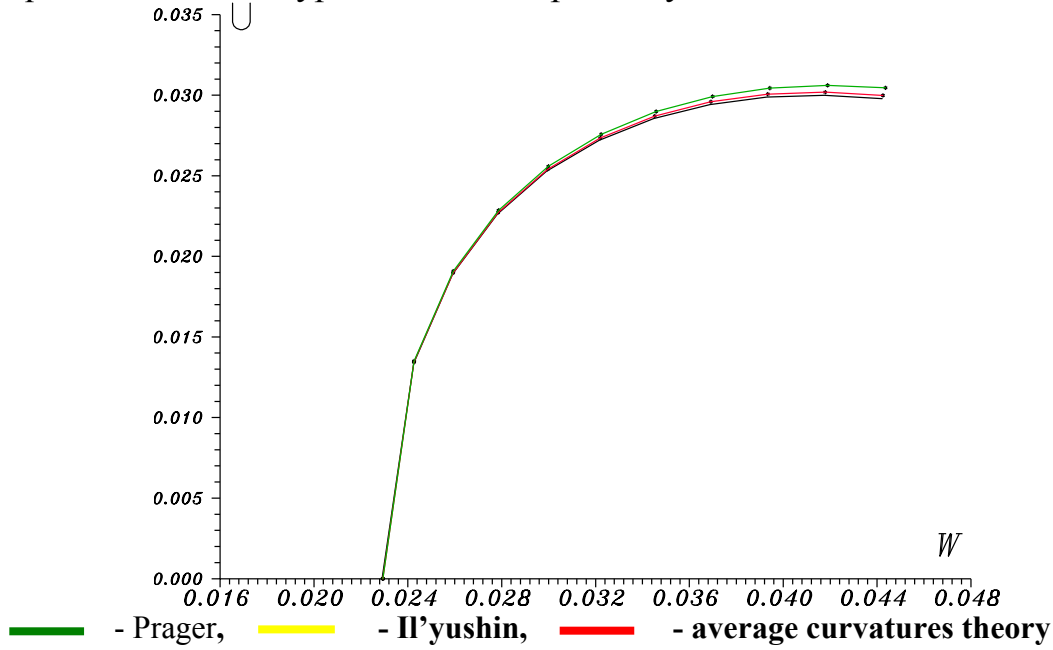


Fig.11. Displacements in different cross sections of shell

$$\begin{cases} \frac{dP}{dp} = \frac{Pq_{11}}{|P|} \frac{P}{|P|} (M_1 - N_1) + q_{11}N_1 \\ \frac{dQ}{dq} = \frac{Qq_{21}}{|Q|} \frac{Q}{|Q|} (M_2 - N_2) + q_{21}N_2 \end{cases}$$

Then if angles φ_1 and φ_2 are small, we have classical Ilyushin's theory. Variation of values of coefficients M_1 , N_1 , M_2 , N_2 , will give us different versions of the theory of plasticity for transversal-isotropic medium. For example at $M_1=N_1=2G$, $M_2=N_2=2G'$ we will get the relationships for anisotropic elastic body, and at $M_1=2G$, $N_1=dP/dp=F(\vartheta)$, $M_2=2G'$, $N_2=dQ/dq=F'(\vartheta)$ relations for Prager's theory. A certain selection of coefficients in relation (8) leads to the theory offered by A.A.Khaldigigitov. So, offered model in partial case coincides with classic conception of plasticity. This model is offered for reduced standard slightly-compressed material and is built on the bases of experiments on plane trajectories and as a consequence is offered for the solution of plane problems with account of complex active loading. It is also assumed that the twist of a curve may be neglected. Relations mentioned above give the possibility to study the processes of complex loading in anisotropic materials and to solve the problems on more reliable basis with account of complexity loading processes. It should be noted that for the case of plane stressed state and plane strain we have one two-dimensional space $P_1 \sim P_2$ only.

Experimental behavior of alloy D-16 under static loading in CL device of kinematic type is considered in section 2.5. In tests results (6 experiments) on tension and torsion there was found a slight anisotropy (to 14%) of alloy D-16.

Samples № 45, 18 were tensioned, samples №38, 10, 8, 15 were subjected to torsion. Scatter of samples under the same type of loading does not exceed 3%.

In tests on trajectories of deformation in the form of two-link broken lines at preliminary torsion and preliminary tension the following local diagrams were obtained (Fig.12-13 for sample №10).

As seen the diagram $\sigma_1 \sim \vartheta_1$ (Fig.12) has the character revealed for isotropic metals, described in chapter 1, and it may be approximated in the form: $\sigma_1 = A \arctg B \vartheta_1 / \sin^2 \theta$, $\vartheta_1 \sin \theta = \Delta s$, where θ - is an angle of break of trajectory of deformation.

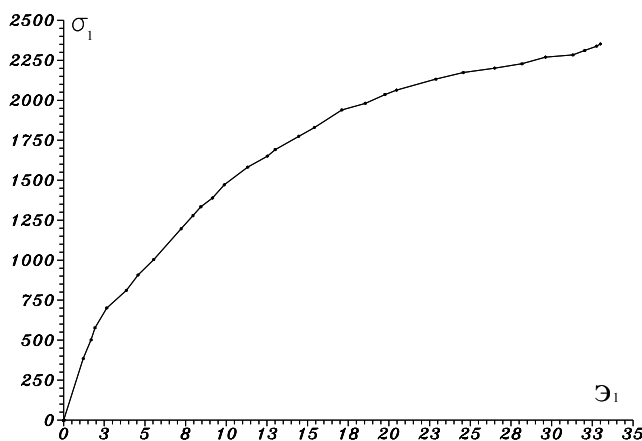


Fig. 12. Loading process in $\sigma_1 \sim \vartheta_1$

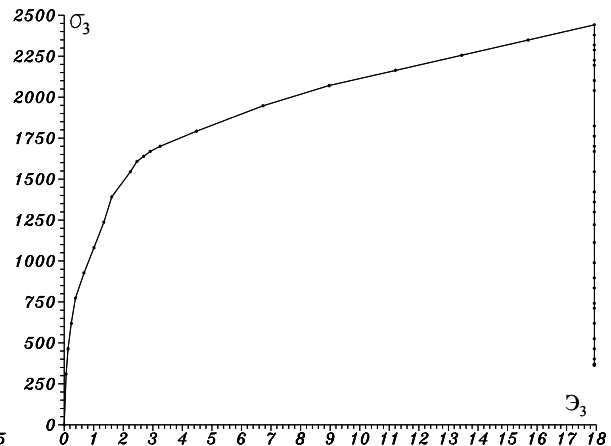
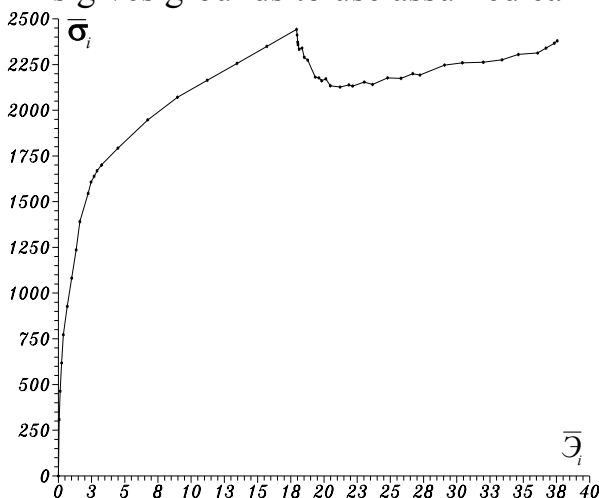


Fig.13. Loading process in $\sigma_3 \sim \vartheta_3$

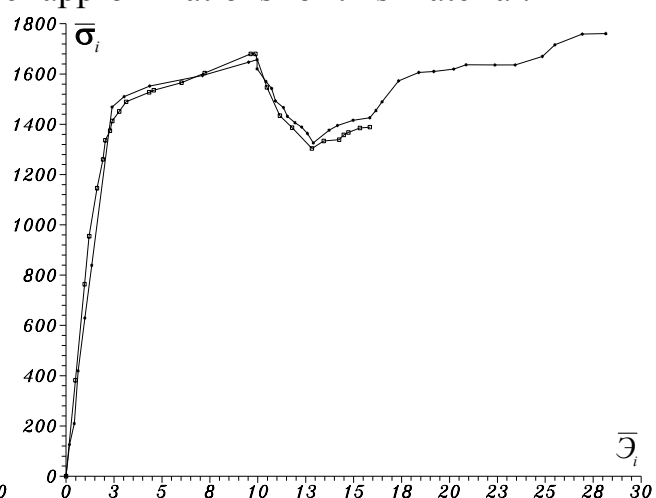
As in isotropic case, there does not occur any considerable increase for in intensity of stresses. It should be noted that with anisotropy in given material “von Mises’ yielding surface” will have a form of ellipsoid. That is the drop in intensity of stresses in absolute value does not lead to unloading. Delay trace of scalar properties of material is vividly seen in graphs given below. The first graph (Fig.14) shows loading at preliminary torsion, the second (Fig. 15) - at preliminary tension.

In study of behavior of an angle of convergence we may state that the drop of $\cos \vartheta$ is greater the greater is the progress of plastic strains. Here behavior of an angle of convergence is confined by the limits of above mentioned approximations. This gives grounds to use assumed earlier approximations for this material.



sample №10

Fig.14. Loading diagram



□ - sample № 18, * - sample № 41

Fig.15. Loading diagram

In the third chapter fundamental properties of isotropic materials and their application to the solution of technological problems are considered; these properties appear under complex loading. In works by V.Yu.Stolbov, N.A.Koryakin and V.N.Lebedev in studies of metal processing by pressure it was observed that the work of external forces under different types of complex loading is less than under simple loading. In the first section the experiments carried out in the Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures are considered. It was stated that under complex loading of metal the force of plastic forming decreases in comparison with simple tension, pure shear or other type of simple loading. These phenomena lead to violation of Drucker's associated law of yielding and its gradient principle under complex loading. In Hodge and Prager generalized view, increments of full strains has the form:

$$d\varepsilon_{ij} = H_{ijkl}d\sigma_{kl} + 0.5[P(J_2, J_3)s_{ij} + Q(J_2, J_3)\frac{\partial J_3}{\partial s_{ij}}]df,$$

here the first summand is an elastic component of increment of strains, the second one – its plastic component, J_2 and J_3 – invariants of deviators of stresses, s_{ij} – components of deviators of stresses, H_{ijkl} – matrix of elastic coefficients of yielding, df – the surface of loading, $d\varepsilon_{ij}$ and $d\sigma_{kl}$ – increments of tensors of strains and stresses respectively. It may be determined that in motion along the surface of yielding (neutral loading) increments of plastic components of strains are absent. An attempts to build the surfaces of yielding in space of strains give similar results under neutral loading. The experimental data gives the reason to consider that the effect of complex loading on the value of work at plastic deformation may be considerably less, than in simple loading.

To explain this effect is possible on the basis of Ilyushin's theory of elastic-plastic processes and the principle of delay of vector and scalar properties of material. We will advance the following **lemma**: minimum of work of external forces to achieve a given form in plastic deformation of a body is reached only in realization of the processes of deformation with a break.

This means that to achieve the minimum of work of external forces, multi-link processes of deformation should be realized.

In the **second section** a problem of optimal control of loading trajectory is considered. We will express the work of forming as: $\int_0^s \bar{\sigma} d\bar{\Theta} = \int_0^s \sigma \cos \vartheta ds$.

Superimpose some limitations on geometry of the process of deformation. Assume, that all links of multi-link (n - links) trajectory are equal to Δ , trajectory in the form of zigzag ($\beta_i = \pm x$, $|\beta_i| \leq \pi/2$) and changes of convergence angles in each link are identical. Determine, at which angle of break, the minimum of functional $\int_0^s \bar{\sigma} d\bar{\Theta}$ is reached. As follows from lemma for minimization of the work of forming it is necessary to consider the processes with a break. At such choice in general case the number of links n , lengths of links $\Delta s^{(l)}$ and break angles $\beta^{(l)}$ are unknown. In real processes it is required to reach a given point in stress and strain spaces.

The trajectory of deformation, where all links of the process of deformation and vector of stresses are complanar. This deformed state meets a wide class of problems of the theory of plasticity. Not restricting the generality according to postulate of isotropy, the processes may be considered in plane $\mathfrak{O}\mathfrak{A}_1 \sim \mathfrak{O}\mathfrak{A}_2$. In this case the problem of determination of directing cosines of the vector of stresses could be solved on the basis of a law of convergence. We will introduce the following values: $\alpha^{(l)}$ ($l=1, n$) – angles of inclination of trajectory of deformation to $\mathfrak{O}\mathfrak{A}_1$ axis $\beta^{(l)} = \alpha^{(l)} - \alpha^{(l-1)}$ ($l=2, n$) – angles of break of trajectory of deformation, $\gamma_{(l)} = [\bar{\sigma} \Delta \bar{\varepsilon}^{(l)}]$ ($l=1, n$) – angles of inclination of stress vector in the point of break to preceding link (section of deformation), $\theta^{(l)} = \gamma_{(l-1)} + \beta^{(l)}$ ($l=2, n$) – angles of inclination of stress vector in the point of break to subsequent link (section of deformation). Positive direction of angles is determined when the turn from preceding link to subsequent one is clockwise. Find the minimum of functional

$J = \min_{S_{in}}^{S_{ult}} \int \sigma \cos \vartheta ds$, at limitations $S_{in} \leq s \leq S_{ult}$, $\vartheta \leq \pm \frac{\pi}{2}$. When selecting the angle of convergence as: $\vartheta = \text{Carcctg}(r / \bar{\lambda} \Delta s)$, where $C=2 \cdot \theta / \pi$, $r = -b \bar{\lambda} \ln(\theta + 1)$, general solution of the problem for function β at equal Δs lengths of links of trajectories is:

$\beta^{(l)} = \pm \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \text{arcctg} \left(\frac{r}{\bar{\lambda}} \Delta s \right) \right)$. When introducing additional limitations into basic problem in the form $(\mathfrak{A}_1^l)^2 + (\mathfrak{A}_2^l)^2 \geq (\mathfrak{A}_2^{l-1})^2 + (\mathfrak{A}_1^{l-1})^2$ the solution is: $\beta^{(l)} = (-1)^{l-1} \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \text{arcctg} \left(\frac{r}{\bar{\lambda}} \Delta s \right) \right)$. According to postulate of isotropy the im-

age of the process of loading does not depend on the procedure of rotation and reflection. In that case any deformed state in five-dimensional vector space of deformation may be reached in the form of plane multi-link trajectory. Hence, we will make the following **statement**: At force effect on isotropic material there always could be found an active process of complex loading, when the work of external forces is less than in simple loading, reaching the same deformed state.

In the **third section** a number of technological problems, which may lead to reduction of work on forming, is considered. Works of N.N.Stolyarov, L.Sadok & S.Urbansky, A.S.Pshenishnyuk are known in this direction. The process of dragging of brass pipe through cylinder matrix (outer generating line of conical matrix is expressed as $y = C - ax$, $C=113.75$, $a=5.67$, an angle at the vertex of matrix is 10°) at external axial force $P_0=26948\text{Pa}$. Coefficient of friction is taken as $f=0.3$. pipe pressure on the walls of a matrix depends on friction forces with parameter

$k=0.15$. External load in this case is: $q_1 = \frac{F}{f \pi L (r_0 + r_n)}$, $q_n = -q_1 k$. Diagram of

connection between vectors of stresses and strains is taken in the form:

$$\bar{\sigma} = A \text{th}(\beta \mathfrak{A}), \quad \mathfrak{A} = \frac{1}{\beta} \text{arth}(\bar{\sigma} / A), \quad A = \sigma_\infty, \quad \beta = 2G / \sigma_\infty, \quad \sigma_\infty = \frac{5}{3} \bar{\sigma}_s$$

$$\sigma_s = 117 \text{MPa}, \quad E = 113796 \text{MPa}, \quad \mu = 0.348$$

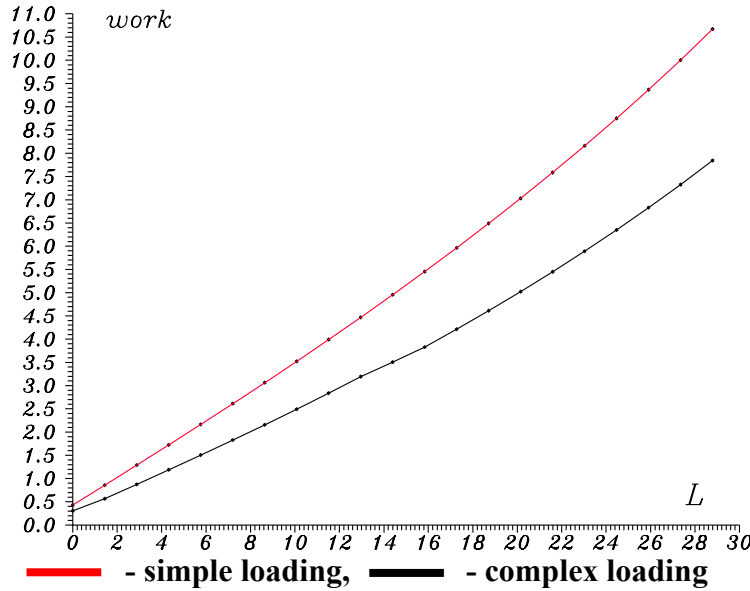


Рис.16. Forming work

Consider the value of $\int_{s_0}^s \bar{\sigma} d\bar{\Theta}$, as this very part of the work gives us a possibility to reduce expenditure on the process of forming. In calculation of the work, deformations of equidistant layer were taken as equal to deformations of median surface. This admitted in the first approximation for the analysis of quality nature. As seen (Fig.16) the work under complex loading is less than under simple one.

In the forth chapter a method of integral equations is considered for the solution of problems of plasticity on the basis of Ilyushin's approximating relation and account of complex loading. Consider direct method of boundary elements, which is based on relations called Somigliana's identity, which expresses displacements in any point of studied body through boundary integrals.

For the problems of the theory of plasticity Somigliana's identity is derived on the basis of equations of DMBE, written in increments with the use of the method of weighted misalignments:

$$\dot{\sigma}_{ij,j} + b_j = 0 \quad \dot{p}_i - \delta_{ij} n_j = 0 \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}),$$

here ε_{ij}^{pl} - are considered as initial deformations

$$\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij}^* - \dot{\sigma}_{ij}^{pl}, \quad \text{где} \quad \dot{\sigma}_{ij}^* = C_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}$$

So, in derivation of boundary integral equation the hypothesis is used that full deformation consists of the sum of elastic and plastic deformation and the statement that unloading occurs on elastic law. Hence Somigliana's identity in the form of initial strains is written in the form:

$$\dot{u}_j = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \dot{p}_j d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{ij}^* \dot{u}_j d\Gamma + \int_{\Omega} u_{ij}^* \dot{b}_j d\Omega + \int_{\Omega} \sigma_{jki}^* \dot{\varepsilon}_{jk}^{pl} d\Omega \quad (9)$$

As an equation (9) is built with the method of weighted misalignments, discussed surface, generally speaking, may have webbings and angles (Kellog's regular and not necessarily smooth). Weight values of $u_{ij}^*(\xi, x)$, $p_{ij}^*(\xi, x)$ from the

beginning may be chosen by any functions satisfying Hölder's condition and having certain smoothness. In our case Kelvin's fundamental solutions are used

Boundary integral equation has the form:

$$c_{ij}(\xi) \dot{u}_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^* \dot{u}_j(\xi) d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \dot{p}_j d\Gamma + \int_{\Omega} u_{ij}^* \dot{b}_j d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_{ijk}^* \dot{\sigma}_{jk}^{pl} d\Omega \quad (10)$$

In 4.1 a problem of existence and uniqueness of solution of boundary integral equation is considered. Existence and uniqueness of Fredholm's equation with certain limitations for functions, is shown by the method of compressing images.

Determine $x = x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ as coordinates of the area of determination in n-dimensional space, in essence, this is ordered group from n real number with metric $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{k=1}^n (y_k - x_k)^2}$ forming n-dimensional arithmetic Euclidian space.

The multitude of all points $x = x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ is designated by Ω .

Determine the function $u_i = u_i(x_1, \dots, x_n)$ $i = 1, m$ determined on multitude $\{\Omega\}$, which acquire the values on multitude $\{N\}$. if to consider u_i as coordinates, then $\mathbf{u} = \mathbf{u}(u_1, u_2, \dots, u_m)$ are multitude of continuous vector functions $\{\mathbf{u}\}$ which forms linear space with metric $\rho(\mathbf{f}, \mathbf{g}) = \max_{\substack{i=1, m \\ x \in \Omega}} |g_i - f_i|$ forming the space of vector

functions $\tilde{C}[N[\Omega]]$ or briefly $\tilde{C}[\Omega]$.

Lemma. If succession of vector functions $\mathbf{u} = \mathbf{u}(u_1, u_2, \dots, u_m)$ in $\tilde{C}[\Omega]$ is fundamental, this is similar to uniform convergence of succession of vector functions $\{\mathbf{u}^k\}$ in the sense of metric in $\tilde{C}[\Omega]$. Consequence - Multitude $\tilde{C}[\Omega]$ is a full one.

We will express boundary integral equation in vector form. Determine scalar product as: $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_i v_i$, then in general case we may write:

$$\lambda \mathbf{y} + \int_{\Gamma} \mathbf{f} \mathbf{y} d\Gamma + \int_{\Gamma} \mathbf{g} \mathbf{L}(\mathbf{y}) d\Gamma = C_2$$

$$\text{where } C_2 = -\mathbf{c} \tilde{\mathbf{u}} + \int_{\Gamma_1} \mathbf{u}^* \tilde{\mathbf{p}} d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \mathbf{p}^* \tilde{\mathbf{u}} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Omega - \Gamma_1} \sigma^* \varepsilon^{pl} d\Omega$$

As any compressing image in full metric space has only one immovable point, we will reflect the multitude $\tilde{C}[\Omega]$ in itself and will find the conditions under which the solution of integral equation has a solution. The solution will exist and be unique if: $\lambda^{-1} \left[\left| \int_{\Gamma} \mathbf{f} d\Gamma \right| + |E| \left| \int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma \right| \right] < 1$, under condition that operator $\mathbf{L}$ satisfies Lipschitz's condition on argument $\mathbf{y}$: $\rho(\mathbf{L} \mathbf{y}_1, \mathbf{L} \mathbf{y}_2) \leq |E| \rho(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$.

Statement: Solution of integral equation (10) will be unique and continuous when condition $\left[\left| \int_{\Gamma} \mathbf{f} d\Gamma \right| + |E| \left| \int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma \right| \right] < \lambda$ is fulfilled.

As seen an integral $\int_{\Gamma} u_{ij}^* d\Gamma$ exists if under-integral function is chosen in the form of Kelvin's fundamental solution. Integral $\int_{\Gamma_2} p_{ij}^* d\Gamma_2$ exists in the sense of Cauchy's principal value as $p_{ij}^* = \frac{M(\xi, x)}{r^2}$. The value $|E|$ could not exceed 0.001, as small strains are considered; they satisfy Cauchy's relations. Integral $\int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma$ also exists in the sense of Cauchy's principal value. For smooth surface diagonal components of matrix λ^{-1} have the value 2 and for angle points and webbings are limited too.

So, fulfillment of conditions of existence of solution of integral boundary equation (10) is evident for discussed regular smooth boundaries. It should be noted that derived condition is enough for existence and uniqueness of solution, but not a necessary one.

In 4.2 a statement of the problem of plasticity on the basis of approximating relation of the hypothesis of complanarity is given.

Correlations between stresses σ and strains ε are taken in the form:

$$d\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{N} d\tilde{\sigma}_{ij} - \frac{N - P}{N \cdot P} \cdot \frac{\tilde{\sigma}_{ij} d\tilde{\sigma}_{ij}}{\sigma_i \sqrt{2/3}} \tilde{\sigma}_{ij}, \quad (11)$$

where N, P – are functionals of the process, which, acquiring different values, constitutive relation (11) as partial theories of plasticity.

To demonstrate the processes of loading, appearing in the body of material, the loading of a sample with cutting is considered. Upper boundary is free, lower one is supported in hinges, tensile forces $P=1.27\text{MN/m}$ are applied on side parts. Material are as follows $E=206\text{GPa}$, $\sigma_s=117.7\text{Mpa}$, $\nu=0.3$, $E_k=0.3E$, that is material has linear strengthening. Below (Fig.17) isolines of stresses are given. As may be observed stress concentration is high in the places of cutting angles.

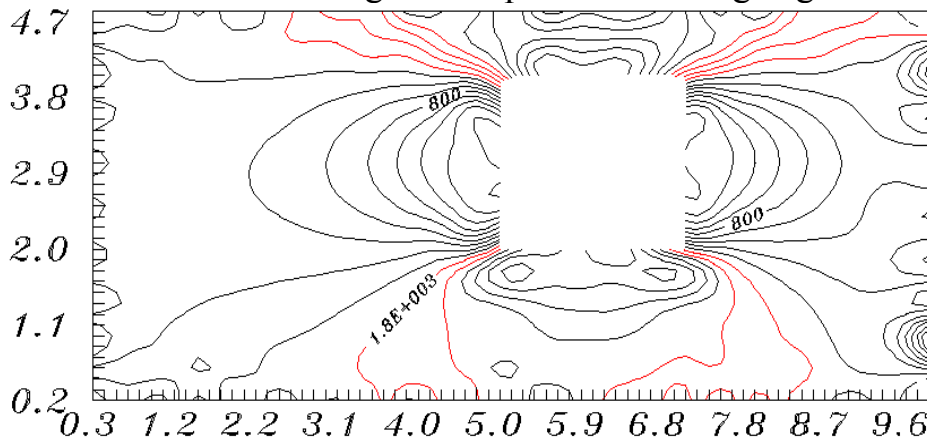


Fig.17. Stress intensities' isolines

Differences solutions by different theories appear in problems where complex loading is manifested explicitly, that is at multi-parameter loading or with concentrators of stresses in the bodies. The following example demonstrates it. Let's consider a plate near cutting zone (Fig.18) and built trajectories of deformation (Fig.19).

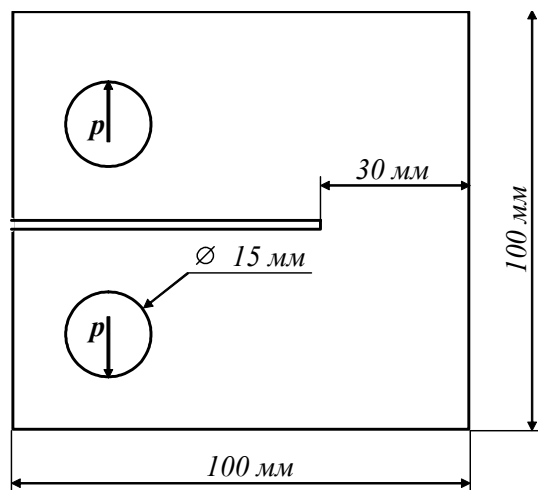


Fig.18. Plane with cutting

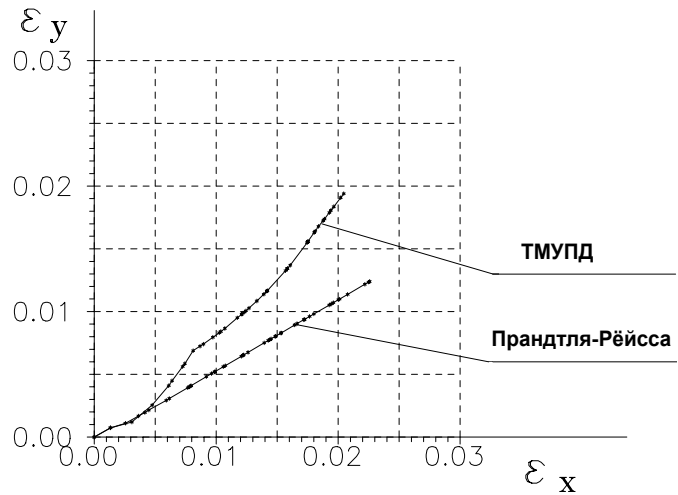
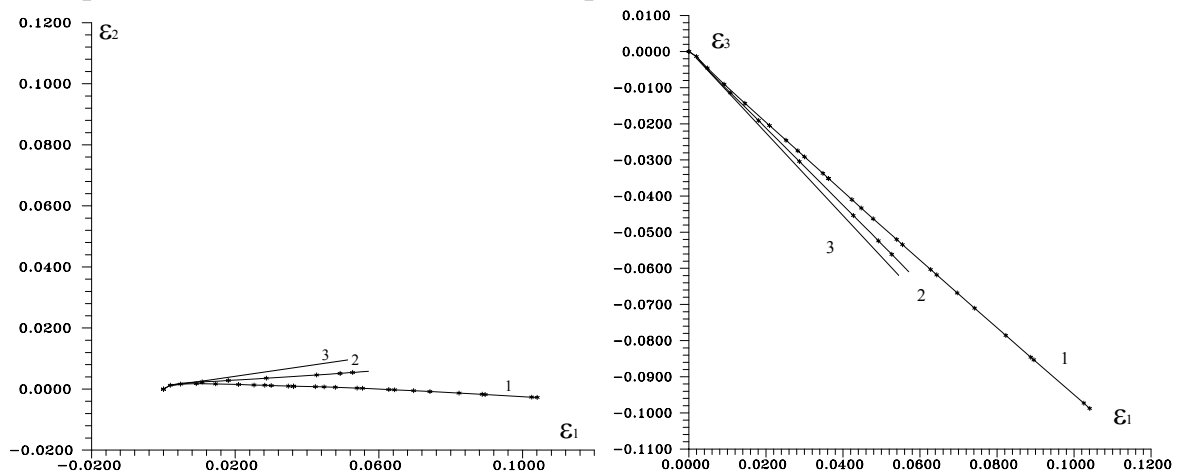


Fig.19. Strain path near crest of cutting

Material has linear strengthening. Characteristics of material are taken as follows: $E=206\text{GPa}$, $\sigma_s=480.7\text{Mpa}$, $E_k=(C E+\sigma_s)/(E\sigma_s)$, $C=0.2333$, $\nu=0.3$. In this case plastic constituent of strain will have the form: $\varepsilon_p = C \cdot (\sigma/\sigma_s - 1)$. Applied force is $P=196.2\text{N}$.

Section 4.3 is devoted to the displacements discontinuity method in problems of plasticity under complex loading. An application of the method of boundary integral equations for problems of fracture mechanics in works V.Z.Parton and E.M.Morozov are described and it is considered that this approach is the most convenient for the solution of so kind of problems. One of approaches in considering the problems with one or several slot-like cuttings and slits is the use of the BEM in the form of displacements discontinuity. Similar problems arouse heightened interest in geomechanics and in connection with new constitutive relations for different types of new materials. The problem is considered on a tension of a sample with one boundary crack under the effect of uniformly distributed load. Calculations were carried out in accordance with Prandtl-Reis, Prager theories and Ilyushin's theory. As seen from calculations, trajectories of deformation turn out to be complex (average curvature) and so corresponding solutions obtained from theories, require to conduct an assessment of physical reliability of solutions.



1 – Ilyushin's theory, 2 – Prandtl theory, 3 – Prager theory

Fig.20. Strain trajectories

As trajectories of average curvature are better described by Prager's theory, we will use calculations by this theory (that is, carry out numeric experiment) to compare them with results of calculations by Prandtl and Ilyushin theories. Figure 20 shows trajectories of deformations in different planes and as seen calculations by Prager theory are similar to ones by Prandtl-Reis (deviation no more than 5%).

In many practical problems geometry of three-dimensional bodies and the system of external loads is such that it is possible to consider them as axial-symmetric problems. In 4.4 this approach is worked out and approved.

Solution of a loading of finite cylinder shell is considered; this shell is rigidly fixed in left angle and loaded by tensile force on the right end. Other external forces also participate in the process: circular internal compressing force, internal pressure and distributed load in a section adjoining the fixing (Fig.21)

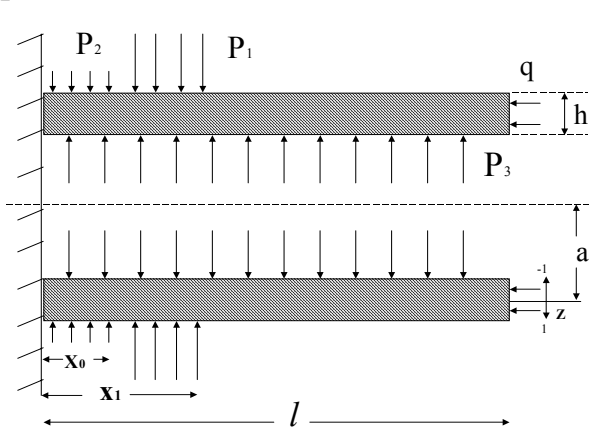


Fig.21. Cylindrical body under complex loading

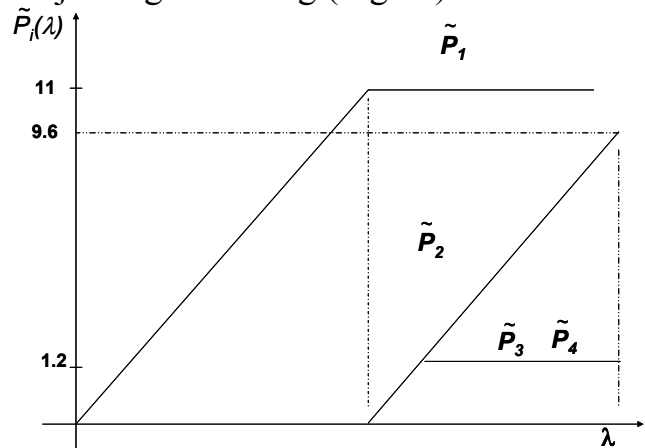


Fig.22. Consequences of applied forces

Succession of force application is shown in graph (Fig.22). Obtained solution was compared with solution of this problem by theory of shells with CL-computer method. Below (Fig.23) the change in intensity of stresses is shown along outer generating line of cylinder body. Sharp changes in stresses may be observed in points of localization of circular pressure.

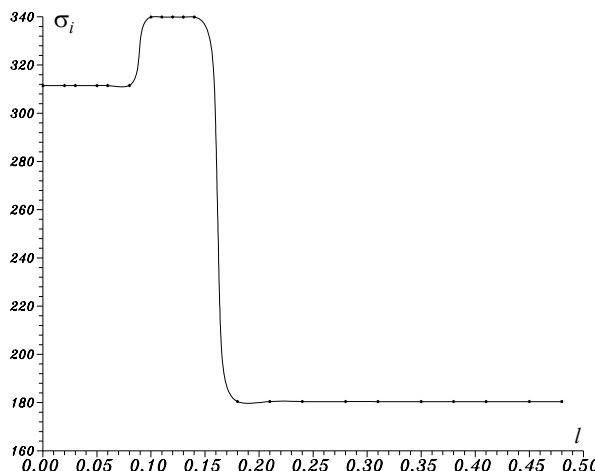


Fig.23. Stress intensity along generatrix of cylinder body

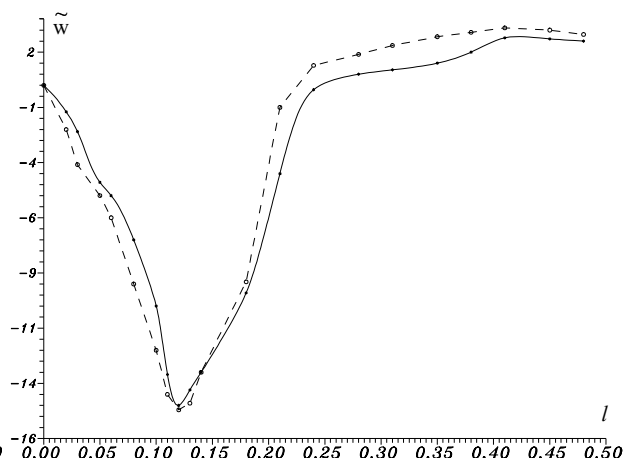


Fig.24. Displacements of shell at loading
dashed line – solution by CL-computer approach, solid line – solution by suggested approximation

Graph (Fig.24), shows the diagrams of changes of displacements along the length of a body in dimensionless quantities ($\tilde{w} = w/(a\varepsilon_s)$). Discrepancy with CL-computer method is 7%. Quality pattern obtained on both graphs is conserved and accuracy is acceptable for boundary problems of the theory of plasticity.

As seen from solutions of above given problems, for more complete account of stress distribution in the body it is necessary to consider complex loading. A version is possible to assess physical reliability of solutions and an account of errors in reserve coefficient. For more complete account of properties of materials CL-computer method may be used in solutions of the problems. This will help to solve the problems with the use of experiments on complex loading with maximal accuracy reached in experiments.

Conclusion

1. On the basis of theoretical-experimental studies the areas of physical reliability of “classical” theories of plasticity were determined for discussed processes of complex loading, which characterize the character of strain of construction material appearing in applied problems.
2. By theoretical and experimental approaches, convergence of the CL-computer method under different types of approximating correlations is proved. The quasilinear variant approximating correlations have an alike velocity to convergence with differential correlation for bi-linear loading processes. For loading processes with constant curvature after preliminary simple tension or torque the quasilinear variant of approximations have an alike velocity to convergence for material with strength factor $\nu \leq 0.8$, but for material with $\nu > 0.8$ only under small value of preliminary loading.
3. Fundamental properties of functional of plasticity were experimentally determined on the basis of experiments with different constructional isotropic materials. Approximations for angle of alteration and functionals P and N, also modified approximation for functional σ are offered.
4. Constitutive relations, which consider complex loading of isotropic material are built. These models are reliable for plane problems of plasticity.
5. The model was built for the description of behavior of transversal-isotropic body under complex loading; it was experimentally proved that obtained model describes the processes of complex loading.
6. An effect of decreasing of work of forming of material under complex loading was revealed, conditions, under which the work of complex loading will be less than the work under simple loading, are derived.
7. The existence of solution of integral equation and its uniqueness at a selection of new options of constitutive relations was proved.
8. Algorithms of solution of the plane and axisymmetric problems of plasticity by direct method of boundary elements on the basis of complanarity hypothesis were offered.
9. The displacements discontinuity method was realized with the use of hypothesis of complanarity as an approximating relation in plasticity.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (I часть; I part)

1. Абиров Р.А. Об одной модели физических соотношений в теории пластичности // Узбекский журнал Проблемы механики. – Ташкент, 1997. – №6. – С.7-12.
2. Бабамуратов К.Ш., Абиров Р.А. О физической достоверности в теории пластичности // Проблемы прочности. – Киев, 2001. – №1. – С.7-16.
3. Babamuratov K.Sh., Abirov R.A. On physical authenticity of plasticity problems // Anadolu Journal of Science and Technology. – Turkey, 2002. – №1. – С.167-176.
4. Абиров Р.А. О развитии МГЭ для задач пластичности при сложном нагружении // Вестник КазГУ. – Алматы, 2002. – №1. – С.19-23.
5. Абиров Р.А. Модель пластичности для частных процессов сложного нагружения // Узбекский журнал Проблемы механики. – Ташкент, 2002. – №6. – С.9-13.
6. Абиров Р.А. О применении метода граничных элементов к решению задач механики трещин // Узбекский журнал Проблемы механики. – Ташкент, 2003. – №6. – С.15-17.
7. Абиров Р.А. Расчет и моделирование работы горной выработки при действии веса горной породы и начальных напряжений методом граничных элементов // Узбекский журнал Проблемы механики. – Ташкент, 2006. – №6. – С.3-6.
8. Абиров Р.А. К расчету труб при многопараметрическом нагружении // Вестник ТаШИИТ. – Ташкент, 2006. – №3-4 – С.59-67.
9. Абиров Р.А. К развитию теории пластичности применительно к новым материалам // Вестник ТаШГТУ. – Ташкент, 2007. – №2. – С.9-11.
10. Абиров Р.А. О некоторых свойствах сложного нагружения в пластичности // Узбекский журнал Проблемы механики. – Ташкент, 2007. – №6. – С.7-9.
11. Abirov R.A. On plastic behaviour of materials under complex loading // Mechanical behaviour of materials. – Houghton, 2007. – №5-6. – С.341-348.
12. Абиров Р.А. Оптимизация процессов формоизменения металлов // ДАН РУз. – Ташкент, 2008. – №1. – С.24-26.
13. Абиров Р.А. К исследованию напряженно-деформированного состояния труб // Узбекский журнал Проблемы механики. – Ташкент, 2008. – №2-3. – С.6-7.
14. Абиров Р.А. О физической достоверности и учете сложного нагружения в пластичности // Физико-химическая механика материалов – Львов, 2008. – №4. – С.43-46.
15. Абиров Р.А. Поведение материала при пространственных процессах нагружения // Узбекский журнал Проблемы механики. – Ташкент, 2008. – №6. – С.3-5.
16. Абиров Р.А. К учету сложного нагружения в трансверсально-изотропных телах // Прикладная механика и техническая физика – Новосибирск, 2009. – №1 – С.128-133.
17. Абиров Р.А. Сложное деформирование металлов и физическая достоверность теорий пластичности // Узбекский журнал Проблемы механики. – Ташкент, 2009. – №5-6. – С.4-6.
18. Абиров Р.А. Существование и единственность граничного интегрального уравнения в теории пластичности // Вестник СевНТУ. – Севастополь, 2010. – №106. – С.40-42.
19. Абиров Р.А., Абдухакимова И.А. Сложное нагружение сплава Д-16 по двузвенным траекториям деформирования // Узбекский журнал Проблемы механики. – Ташкент, 2010. – №4. – С.3-5.
20. Абиров Р.А. Сложное нагружение: От теории к практике // Узбекский журнал Проблемы механики. – Ташкент, 2011. – №1. – С.79-81.
21. Абиров Р.А. Некоторые экспериментальные данные о поведении материалов при сложной разгрузке // Узбекский журнал Проблемы механики. – 2012. – №2. – С. 9-11.

22. Абиров Р.А., Абдухакимова И.А К построению определяющих соотношений в пластичности при динамических нагрузках // Узбекский журнал Проблемы механики, 2012г. №4, стр. 6-9.

23. Абиров Р.А. Упругопластическое деформирование металлов в условиях кручения и растяжения с постоянной величиной интенсивности деформации // Заводская лаборатория. Диагностика материалов, 2013г. №8, стр.62-64.

II бўлим (II часть; II part)

24. Абиров Р.А. Экспериментальное исследование функционалов пластичности // Научная конференция посвященная 50-летию ИМиСС: Тезисы докл. – Ташкент, 1997. – С.80-81.

25. Абиров Р.А. Сложное нагружение оболочки вращения // Международная конференция "Математическое моделирование и вычислительный эксперимент" – Ташкент, 1997. – С.9.

26. Абиров Р.А. МГЭ в теории пластичности // Проблемы механики многофазных сред и распространения волн в сплошных средах: Материалы конф. – Ташкент, 1999. – С.3-5.

27. Babamuratov K.Sh., Abirov R.A. Method of the analysis of physical reliability in boundary problems of the theory of plasticity / Вопросы вычислительной и прикладной математики: Сб. научн. тр. – Ташкент, ИК, 2000. – вып.107. – С.89-94.

28. Абиров Р.А. Алгоритмизация методов анализа решений задач пластичности // Труды конференции "Проблемы алгоритмического программирования" – Ташкент, 2000. – С.14-15.

29. Абиров Р.А. О развитии метода СН-ЭВМ для решения краевых задач пластичности при сложном нагружении // Материалы 8 Всероссийского съезда по теоретической и прикладной механике. – Пермь, 2001. – С.17-18.

30. Бабамуратов К.Ш., Абиров Р.А. Базы знаний в теории пластичности // Современные проблемы механики: Тез. докл. международной конф. – Ташкент, 2001. – С.205.

31. Babamuratov K.Sh., Abirov R.A. The new approach to the analysis of elasto-plastic deformation of solids within the bounds of theory of processes by A.A. Ilyushin // IMECE ASME: Proceedings. – New York, 2001. – CD-ROM Volume 2, book 100539.

32. Abirov R.A. Advance in plasticity for complex loading processes // 14th USNCTAM: Proceedings. – Blacksburg, 2002, – p.287-288.

33. Абиров Р.А. О некоторых свойствах функционалов пластичности // Прикладные задачи математики и механики: Материалы научно-технической конф. – Севастополь, 2003. – С.105-107.

34. Abirov R.A. On calculation of plasticity under complex loading // ESMC-5: Proceedings. – Thessaloniki, 2003. – p.357-358.

35. Абиров Р.А. Моделирование задач геомеханики методом граничных элементов // Международная конференция "Проблемы механики и сейсמודинамики сооружений" – Ташкент, 2004 - С.287-289.

36. Абиров Р.А. Моделирование и расчет тоннелей в слоистой горной породе методом граничных элементов // Материалы конференции "Ресурсосберегающие технологии на железнодорожном транспорте" - Ташкент, 2005. - том 1, С.307-310.

37. Абиров Р.А. Об учете начальных повреждений в виде регулярных трещин при расчете горных выработок // Современные проблемы и перспективы механики: Материалы межд. конф. – Ташкент, 2006. – С.211-213.

38. Абиров Р.А. Расчет труб на прочность методом граничных элементов // VI Международный симпозиум "Современные проблемы пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела": Тез. докл. – Тверь, 2006. – С.8.

39. Абиров Р.А. Экспериментальные исследования пластических свойств конструкционных материалов при сложном нагружении // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике: Тез. докл. – Нижний Новгород, 2006. – С.7.
40. Абиров Р.А. Об учете нелинейных деформаций в трещиноватой скальной породе // Прикладные задачи математики и механики: Материалы научно-технической конф. – Севастополь, 2006. – С.62-63.
41. Абиров Р.А. Пластичность и ее учет при бурении и эксплуатации скважин // Проблемы разработки нефтегазоконденсатных месторождений и пути их решения: Материалы Респ. научно-практической конф. – Ташкент, 2006. – С.140-143.
42. Абиров Р.А. К расчету сминающего давления для труб // Современные проблемы механики: Материалы международной научной конф. – Самарканд, 2007. – С.34-37.
43. Abirov R.A. Numerical approach for tunnel's strength in rock massive // EURO:TUN 2007: Proceedings. – Vienna, 2007. – p.34.
44. Абиров Р.А. К сложному нагружению при обработке металлов // Прикладные задачи математики и механики: Материалы научно-технической конф. – Севастополь, 2007. – С.70-72.
45. Abirov R.A. Investigation of strength and bearing capability of polymer pipes under complex loading // 11 Euromech-Mecamat, Mechanics of micro structured solids: cellular materials, fiber reinforced solids and soft tissues: Proceedings. – Torino, 2008. – p.43-44.
46. Абиров Р.А. К исследованию нагружения труб // Прикладные задачи математики и механики: Материалы научно-технической конф. – Севастополь, 2008. – С.69-71.
47. Abirov R.A. On the constitutive relations in plasticity at complex loading // IMECE ASME: Proceedings. – Boston, 2008. – CD-ROM Volume 12, book 120835. Paper no. 66240. – p.557-559.
48. Абиров Р.А. Экспериментальная оценка функционалов пластичности при плоских процессах сложного нагружения // Современное состояние и перспективы усовершенствования преподавания строительных дисциплин: Материалы Республиканской научно-технической конф. – Ташкент, 2009. – С.65-68.
49. Абиров Р.А. К области достоверности классических теорий пластичности для пространственных процессов сложного нагружения // Современные проблемы механики: Материалы Международной конф. – Ташкент, 2009. – I том. – С.585-588.
50. Абиров Р.А. Учет слоистости горной породы при расчетах выемок в породе // Международная научно-техническая конференция «Современные техника и технологии горно-металлургической отрасли и пути их развития» – Навои, 2010 - С.49.
51. Абиров Р.А. Сложное нагружение при процессах формоизменения // Прочность материалов и элементов конструкций: Материалы научно-технической конф. – Киев, 2010. – С.11-15.
52. Абиров Р.А. К учету сложного нагружения в плоских задачах пластичности // Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела: Материалы VII Международного научного симпозиума – Тверь, 2011. – С.55-57.
53. Абиров Р.А. Моделирование затворов и тоннелей в скальной породе // Материалы международной научно-технической конференции «Современные проблемы механики грунтов и сложных реологических систем» Самарканд. 2013. - С.20-23.