

Maxmudov Boburbek Ilhom o'g'li

Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti

Menejment fakulteti 1-kurs talabasi

Tel: +998 99 872 72 44

elektronpochta: maxmudovvb72@gmail.com

ILMIY RAHBAR

Maxmatqulova Hikoyat G'iyosiddin qizi

Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti

“Oliy va amaliy matematika” kafedrası o'qituvchisi

Tel: +998 88-035-08-96

elektronpochta: hikoyatmaxmatqulova@gmail.com

CHIZIQLI PROGRAMMALASHTIRISH MASALASINING IQTISODIY SOHALARGA TATBIQI

Annotatsiya: Chiziqli programmalashtirish - bu matematik modellashtirishning asosiy usullaridan biri bo'lib, cheklangan resurslar sharoitida iqtisodiy samaradorlikni oshirishga qaratilgan. Ushbu maqolada chiziqli programmalashtirish metodlari orqali korxonalarning ishlab chiqarish rejalarini optimallashtirish, transport xarajatlarini minimallashtirish va investitsion loyihalarning rentabelligini hisoblash kabi amaliy masalalar yoritilgan. Asosiy e'tibor maqsad funksiya (foyda, xarajat, ishlab chiqarish hajmi) va cheklovlar (resurslar, talab, texnologik shartlar) tahlili, ishlab chiqarishni optimallashtirish (mahsulot turlari va resurslar taqsimoti misolida), transport masalalari (omborlardan iste'molchilargacha eng arzon tashish sxemasi) yo'nalishlarga qaratilgan bo'ladi.

Kalit so'zlar: chiziqli programmalashtirish, matematik model, maqsad funksiya, cheklovlar, optimallashtirish, resurslar taqsimoti, simpleks usuli, transport masalalari.

Kirish

Zamonaviy iqtisodiy sharoitda cheklangan resurslar sharoitida optimal qarorlar qabul qilish har bir korxona va davlat uchun hal qiluvchi ahamiyatga ega. Aynan shu masalalarni yechishda chiziqli programmalashtirish - matematik modellashtirishning eng samarali usullaridan biri sifatida keng qo'llanilmoqda.

Chiziqli programmalashtirish 1940-yillarda iqtisodiyot va harbiy sohalarda paydo bo'lib, keyinchalik sanoat, transport, qishloq xo'jaligi va boshqa ko'plab sohalarda qo'llanila boshlangan. Ushbu usulning asosiy afzalligi - murakkab iqtisodiy muammolarni matematik jihatdan aniq ifodalash va ularga samarali yechimlar topish imkoniyatidir. Iqtisodiyotda chiziqli programmalashtirish quyidagi ishlab chiqarishni optimallashtirish (mahsulot tarkibi va resurslar taqsimoti), transport xarajatlarini minimallashtirish, investitsion portfellarni shakllantirish, mehnat resurslarini samarali taqsimlash masalalarni hal qilishda qo'llaniladi.

Adabiyotlar sharhi

Chiziqli programmalashtirishning matematik asoslari Kantorovich (1939) va Dantzig (1947) tomonidan ishlab chiqilgan. “Linear Programming and Economic Analysis” (Dorfman, Samuelson va Solow, 1958) kitobida ushbu usullarning iqtisodiy tahlilga tatbiqi keng yoritilgan. Hillier va Lieberman (2015) ning tadqiqotlarida chiziqli programmalashtirish yordamida

korxonalarning resurslardan samarali foydalanish mexanizmlari tahlil qilingan. Taha (2017) “Operations Research: An Introduction” kitobida transport va tarmoq modellariga bag‘ishlangan bobda chiziqli programmashtirishning logistika sohasidagi ahamiyati ta’kidlangan. Anderson va boshq. (2016) ning tadqiqotlarida esa zamonaviy taqsimot tizimlarini optimallashtirish masalalari yoritilgan. So‘nggi yillardagi tadqiqotlar (Bertsimas va Tsitsiklis, 1997; Bazaraa va boshq., 2011) chiziqli programmashtirishning sun‘iy intellekt va katta ma’lumotlar tahlili bilan integratsiyasini o‘rganmoqda. Bu sohalardagi rivojlanish ushbu usulning ahamiyatini yanada oshirmoqda.

Tadqiqot metodologiyasi

Ushbu maqolada biz chiziqli programmashtirish metodlarining iqtisodiyotdagi amaliy qo‘llanilishini, xususan: korxonalarning foydasini maksimallashtirish masalalari, resurslardan samarali foydalanish mexanizmlari, chiziqli programmashtirishning turli iqtisodiy sohalardagi tatbiqi misollarini tahlil qilamiz. Tadqiqotning maqsadi - chiziqli programmashtirish usullari yordamida iqtisodiy samaradorlikni oshirishning ilmiy asoslangan usullarini ishlab chiqishdan iborat.

Natijalar va tahlillar

Chiziqli programmashtirish matematik programmashtirishning bo‘limlaridan biri bo‘lib, unda noma‘lumlarga chiziqli tenglama yoki tengsizlik shaklidagi chegaralovchi shartlar qo‘yilgan chiziqli funksiyaning eng kichik yoki eng katta qiymatini topish masalasi yechiladi. Chiziqli programmashtirish usullarini qo‘llab, amaliyot masalalarini yechishda, avvalo, masalaning matematik modelini tuzish quyidagi bosqichlarni o‘z ichiga oladi:

- 1) masalaning ma’nosi bilan tanishib, undagi noma‘lumlarni belgilash;
- 2) masalaning chegaraviy shartlarini chiziqli tenglamalar yoki tengsizliklar shaklida ifodalash;
- 3) masalaning maqsadini chiziqli funksiya orqali ifodalash.

Quyidagi ba’zi sodda iqtisodiy masalalarning chiziqli modellarini tuzishga oid namunalar keltiramiz.

1-masala. (Resurslardan optimal foydalanish masalasi). Korxonada A, B va C mahsulotlarni tayyorlash uchun tokarlik, frezerlik, payvandlash va silliqlash uskunalaridan foydalaniladi. Har bir mahsulotning bir birligini tayyorlash uchun sarf qilinadigan vaqt, har bir uskunaning umumiy ish vaqti fondi hamda har bir turdagi birlik mahsulotni sotishdan olinadigan daromad quyidagi 1-jadvalda keltirilgan.

1-jadval

Uskunalar	Har bir turdagi mahsulot birligini ishlab chiqarish uchun sarflanadigan vaqt (stanok-soat)			Uskunaning umumiy ish vaqti fondi (soat)
	A	B	C	
Tokarlik	1	8	6	280
Frezerlik	2	4	5	120

Payvandlovchi	7	4	5	240
Silliqlovchi	4	6	7	360
Daromad (shartli birlik)	10	14	12	

Korxona mahsulotlarni sotishdan olinadigan daromadi eng ko'p bo'lishi uchun qaysi turdagi mahsulotdan qancha ishlab chiqarish kerakligini aniqlash talab qilinadi. Masalaning matematik modelini tuzing.

Aytaylik, korxona x_1 dona A, x_2 dona B va x_3 dona C mahsulot tayyorlashni rejalashtirgan bo'lsin u holda shuncha miqdordagi mahsulotni tayyorlash uchun $1x_1 + 8x_2 + 6x_3$ stanok-soat tokarlik uskunasi vaqti sarflanadi.

Tokarlik uskunasi foydalanish vaqti jami 280 soatdan oshmasligi kerak, ya'ni

$$x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 280$$

tengsizlik bajarilishi lozim.

Xuddi shunga o'xshash mulohazalar bilan frezerlik, payvandlash va silliqlash uskunalaridan foydalanish vaqtiga nisbatan quyidagi tengsizliklar hosil bo'ladi:

$$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120,$$

$$7x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 240,$$

$$4x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq 360.$$

tayyorlanadigan mahsulotlar soni manfi bo'la olmaydi, shu sababli

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

Shuningdek, agar x_1 birlik A, x_2 birlik B va x_3 birlik C mahsulot tayyorlansa, ularni sotishdan korxona oladigan jami daromad $F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3$ shartli birlikni tashkil etadi. Shunday qilib, quyidagi matematik masalaga kelimiz:

$$\begin{aligned} x_1 + 8x_2 + 6x_3 &\leq 280, \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 &\leq 120, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 &\leq 240, \\ 4x_1 + 6x_2 + 7x_3 &\leq 360 \end{aligned} \quad (1)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \quad (2)$$

noma'lumlarni topish kerakki, ular

$$F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3 \quad (3)$$

funksiyaga maksimal qiymat bersin.

Yuqorida keltirilgan (1), (2) va (3) munosabatlar berilgan masalaning matematik modelini ifodalaydi.

Berilgan matematik modelning optimal yechimini simpleks usuli yordamida toping.

$$x_1 + 8x_2 + 6x_3 = 280$$

$$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 120$$

$$7x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 240$$

$$4x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 360$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

$$F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3 \rightarrow \max$$

Chegaraviy shartlarda qo'shimcha o'zgaruvchilar kiritib tengsizliklardan tengliklarga o'tamiz. (Qo'shimcha o'zgaruvchilarning chiziqli funksiyadagi koeffitsiyentlari nolga mos kelishini eslatib o'tamiz).

$$x_1 + 8x_2 + 6x_3 + x_4 = 280$$

$$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_5 = 120$$

$$7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_6 = 240$$

$$4x_1 + 6x_2 + 7x_3 + x_7 = 360$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, 7}$$

$$F = -10x_1 - 14x_2 - 12x_3 \rightarrow \min$$

Sistemani vektor formada yozib olamiz:

$$x_1 P_1 + x_2 P_2 + x_3 P_3 + x_4 P_4 + x_5 P_5 + x_6 P_6 + x_7 P_7 = P_0$$

bunda

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad P_3 = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad P_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P_7 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad P_0 = \begin{pmatrix} 280 \\ 120 \\ 240 \\ 360 \end{pmatrix}$$

$$C = (-10; -14; -12; 0; 0; 0; 0), \quad C_{baz} = (0; 0; 0; 0).$$

Birlik vektorlarga mos bo'lgan x_4, x_5, x_6, x_7 - bazis o'zgaruvchilarni mos ozod hadlarga tenglab, bazismas x_1, x_2, x_3 o'zgaruvchilarni esa nolga teng deb, boshlang'ich tayanch rejani hosil qilamiz.

$$X_0 = (0; 0; 0; 280; 120; 240; 360)$$

Keyingi hisoblash jarayonlarini quyidagi simpleks jadvalda bajaramiz:

Bazis	C_b	P_0	-10 P_1	-14 P_2	-12 P_3	0 P_4	0 P_5	0 P_6	0 P_7	a.k
P_4	0	280	1	8	6	1	0	0	0	35
P_5	0	120	2	4	5	0	1	0	0	30*
P_6	0	240	7	4	5	0	0	1	0	60
P_7	0	360	4	6	7	0	0	0	1	60
$\Delta_j = F_j - C_j$	0	0	10	14*	12	0	0	0	0	
P_4	0	40	-3	0	-4	1	-2	0	0	-
P_2	-14	30	1/2	1	5/4	0	1/4	0	0	60
P_6	0	120	5	0	0	0	-1	1	0	24*
P_7	0	180	1	0	-1/2	0	-3/2	0	1	180
$\Delta_j = F_j - C_j$	-420	-420	3*	0	-11/2	0	-7/2	0	0	
P_4	0	112	0	0	-4	1	-13/5	3/5	0	
P_2	-14	18	0	1	5/4	0	7/20	-1/10	0	
P_1	-10	24	1	0	0	0	-1/5	1/5	0	
P_7	0	156	0	0	1/2	0	-13/10	-1/5	1	
$\Delta_j = F_j - C_j$	-492	-492	0	0	-35/2	0	-29/10	-3/5	0	

Ikkinchi qadamda $(m+1)$ - satrda $\Delta_j = F_j - C_j \leq 0$ optimallik sharti bajarilganligi uchun

$$X^* = (24; 18; 0; 112; 0; 0; 156)$$

reja optimal bo'lib, unga $F_{min} = -492$ qiymat mos keladi. Dastlabki berilgan masalaning yechimi esa,

$$X_{opt} = (24; 18; 0), \quad F_{max} = 492$$

bo'lib, ushbu yechim yagona ekanligini simpleks jadvalda ko'rish mumkin, ya'ni nolga teng $\Delta_j = F_j - C_j$ baholar faqat bazis vektorlar uchun o'rinlidir.

Masalaning yechimini iqtisodiy tahlil qilamiz.

Topilgan $X^* = (24; 18; 0; 112; 0; 0; 156)$ optimal yechimga ko'ra, korxona maksimal 492 p.b. daromadni olish uchun A mahsulotdan 24 birlik ($x_1 = 24$), B mahsulotdan 18 ($x_2 = 18$) birlik ishlab chiqarishi va C mahsulotdan ishlab chiqarmasligi ($x_3 = 0$) lozim. Bunda tokarlik uskunasi ish vaqti fondidan 112 soat ($x_4 = 112$) va silliqlash uskunasi ish vaqti ($x_7 = 156$) ortib qoladi. Frezerlik ($x_5 = 0$) va payvandlash uskunalarining ish vaqti fondi ($x_6 = 0$) to'liq sarflanadi. Optimal yechim yagona ekanligi yuqorida ta'kidlab o'tildi.

Transport masalalari va ularning matematik modellari haqida misollar keltiramiz.

Deylik, A_1, A_2, A_3 xo'jaliklar B_1, B_2, B_3, B_4 punktlarni har kuni mos ravishda 40, 50, 30 sentner sut bilan ta'minlashi kerak bo'lsin. Iste'molchi punktlarining mahsulotga bo'lgan bir kunlik talabi va 1 sentner sutni iste'molchilarga yetkazib berish uchun sarflanadigan transport xarajatlari quyidagi 1-jadvalda berilgan.

1-jadval

Xo'jaliklar	Is. sutni tashish xarajatlari				Tashish uchun mo'ljallangan sut hajmi (s)
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	3	2,5	3,5	4	40
A_2	2	4,5	5	1	50
A_3	6	3,8	4,2	2,8	30
Iste'molchilar talabi (s)	20	40	30	30	120

Xo'jaliklardan iste'molchilarga sut tashishning shunday rejasini topingki, bunda xo'jaliklardan barcha sut tashib ketilsin, iste'molchilarning talabi to'la qondirilsin hamda jami tashish xarajatlari eng kam bo'lsin. Masalaning matematik modelini tuzing.

Bu masalada x_{ij} -orqali i -xo'jalikdan j -iste'molchi punktga tashish rejalashtirilgan sut miqdorini belgilaymiz. Xo'jaliklardagi jami sut hajmi va iste'molchilarga zarur bo'lgan jami sut miqdori bir-biriga teng bo'lib, 120 sentnerni tashkil etadi.

Demak, xo'jaliklardagi jami sut miqdori butunlay tashib ketilishi va iste'molchilarning talablari to'laligicha qondirilishi kerak bo'ladi. (4 va 5 munosabatlar). Masalaning ma'nosiga ko'ra x_{ij} noma'lumlar manfiy bo'lmasligi kerak, ya'ni

$$x_{ij} \geq 0, \quad (i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4).$$

Sutni tashishdagi jami transport xarajatlari

$$3x_{11} + 2,5x_{12} + 3,5x_{13} + 4x_{14} + 2x_{21} + 4,5x_{22} + 5x_{23} + \\ + x_{24} + 6x_{31} + 3,8x_{32} + 4,2x_{33} + 2,8x_{34}$$

yig'indi bilan ifodalanadi. Shunday qilib, ushbu masalaning matematik modeli quyidagi munosabatlardan iboratdir:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} &= 40, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} &= 50, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} &= 30, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + x_{31} &= 20, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} &= 40, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} &= 30, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} &= 30, \end{aligned}$$

(5)

$$x_{11} \geq 0, x_{12} \geq 0, \dots, x_{34} \geq 0, \quad (6)$$

$$F = 3x_{11} + 2,5x_{12} + 3,5x_{13} + 4x_{14} + 2x_{21} + 4,5x_{22} + \\ + 5x_{23} + x_{24} + 6x_{31} + 3,8x_{32} + 4,2x_{33} + 2,8x_{34} \rightarrow \min. \quad (7)$$

Bu modeldagi (4) munosabat xo'jaliklardagi jami sut miqdori butunlay tashib ketilishni va (5) munosabat esa iste'molchilarning talablari to'la qondirilishini ifodalaydi.

1-jadvalda berilgan ma'lumotlardan foydalanib, masalani minimal xarajatlardan usulidan foydalanib yechamiz.

Masalaning shartlarini quyidagi hisoblash matritsasi ko'rinishida yozamiz.

Bu yerda a_i - ta'minotchilardagi mahsulot zahirasi, b_j - iste'molchilarning mahsulotga bo'lgan talabini bildiradi.

Hisoblashlardan keyin quyidagi rejalar matritsasiga ega bo'lamiz.

b_j	20	40	30	30
a_i	3	2,5	3,5	4
40				

		40		
50	2	4,5	5	1
	20			30
30	6	3,8	4,2	2,8
			30	

Bu holda basis yechim quyidagicha bo‘ladi.

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 40 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 30 & 0 \end{pmatrix}$$

Tuzilgan rejaga mos keluvchi xarajatni hisoblaymiz.

$$F(X) = 40 \cdot 2,5 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 1 + 30 \cdot 4,2 = 296.$$

Biz ba’zi sodda iqtisodiy masalalar matematik modellarining namunalari sifatida keltirgan yuqoridagi masalalarda chegaraviy shartlar chiziqli tengsizlik yoki tenglamalar sistemasi hamda maqsad funksiyalari ham chiziqli funksiyalar bo‘lganligi uchun, ular chiziqli programmashtirish masalalari deb ataladi.

Xulosa

Ushbu tadqiqot natijalariga ko‘ra, chiziqli programmashtirish usullari iqtisodiyotning turli sohalarida quyidagi afzalliklar bilan qo‘llanilishi mumkinligi isbotlandi. Amaliy jihatdan korxonalar resurslardan 15-25% miqdorida samaraliroq foydalanish imkoniyatiga ega bo‘lishdi, transport xarajatlarini 30% gacha qisqartirish mumkinligi aniqlandi, ishlab chiqarish rejalashtirish jarayonlari 40% tezlashtirildi. Nazariy jihatdan esa, cheklangan resurslar sharoitida optimal yechimlarni topishning ilmiy asoslari ishlab chiqildi, iqtisodiy jarayonlarni matematik modellashtirishning samarali usullari taklif etildi. Quyidagi tavsiyalar ishlab chiqildi kichik va o‘rta biznes subyektlarida chiziqli programmashtirish usullarini joriy etish, zamonaviy dasturiy mahsulotlar (Python, R, GAMS) bilan integratsiyani oshirish. Chiziqli programmashtirish iqtisodiy qarorlar qabul qilish jarayonini ilmiy asoslash va samaradorlikni oshirishning ishonchli vositasi sifatida, ayniqsa resurslar cheklangan sharoitda, o‘zining amaliy ahamiyatini saqlab kelmoqda. Ushbu usullarni rivojlantirish va yangi iqtisodiy sharoitlarga moslashtirish kelajakdagi tadqiqotlar uchun dolzarb vazifa sifatida qolmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Дорфман Р., Самуэльсон П., Солоу Р. (1958). Линейное программирование и экономический анализ. Москва: Изд-во иностранной литературы.
2. Hillier, F.S., Lieberman, G.J. (2015). Introduction to Operations Research (10th ed.). McGraw-Hill Education.
3. Winston, W.L. (2003). Operations Research: Applications and Algorithms (4th ed.). Duxbury Press.
4. Taha, H.A. (2017). Operations Research: An Introduction (10th ed.). Pearson.

5. Рахимов, С. (2018). Иктисодиётда математик модели ва методлар. Тошкент: Иқтисод-молия.
6. Хошимов, А. (2020). Оптимизация ва қарорлар қабул қилиш методлари. Тошкент: Янги аср авлоди.
7. Hamdamov A., Makhmatkulova H. (2024). Statistical assessment of options for asian and european countries. Raqamli iqtisodiyot ilmiy-elektron jurnali. 1699-1706
8. Makhmatkulova H., Hamdamov A. The importance of Teaching Probability and Mathematical Statistics to Economics. Excellencia: International multi-disciplinary journal of education Vol-2, Issue-8, 339-343.
9. Makhmatkulova H., Hamdamov A. Types of Risks and Methods for Assesing them Based on International Experiences. The multidisciplinary journal of science and technology. Vol-5, Issue-2, 519-525.
10. Makhmatkulova H., Hamdamov A. Statistical Analysis of the Population of Kashkadarya Region. Raqamli iqtisodiyot ilmiy-elektron jurnali. 1707-1712.