

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Фазилов Алишер Шомуратович

Ташкентский архитектурно строительный институт

к.т.н., доцент

faz_ali@mail.ru

Азимджанова Мухайё Тулкуновна

ст. преп.

azimdjanova1965_25@mail.ru

Ибрагимова Камила Ахмедовна

Ташкентский информационный технологический университет

ст. преп.

ibrag_k@mail.ru

<https://doi.org/10.5281/zenodo.7482977>

Аннотация. Моделирование как метод исследования является мощным инструментом познания на протяжении всей истории развития человечества. В статье описана методология разработки математических моделей информационных систем, основанная на материалах различных литературных источников, авторских разработках по системному подходу, математическому моделированию и программированию. Описана математическая модель информационной системы и даны все характеристики ИС

Ключевые слова: информационная система, модель, программа, вероятностно-временные характеристики, процесс.

DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE INFORMATION SYSTEM USING SIMULATION MODELING

Abstract. Modeling as a research method is a powerful cognitive tool throughout the history of human development. The article describes the methodology for the development of mathematical models of information systems, based on materials from various literary sources, author's developments on the system approach, mathematical modeling and programming. The mathematical model of the information system is described and all the characteristics of the IS are given.

Key words: information system, model, program, probabilistic-temporal characteristics, process.

Информационные системы (ИС) являются одним из эффективных средств обработки информации в системах коллективного пользования и широко используются в учреждениях автоматизированных системах управления, системах автоматизированного проектирования и т.д. Широкое распространение ИС, прежде всего, обусловлено их высокой экономической эффективностью. В бизнесе своевременное обладание необходимой информацией – залог успеха.

В условиях быстроменяющегося мира, охваченного социально-экономическими преобразованиями, особое значение имеют вопросы приоритета ценности жизни и личности человека. В центр современной научной картины мира выдвигается человек и его интересы - происходит процесс гуманизации всех областей знания.

Обучение математическому моделированию невозможно без привлечения сведений из различных областей знания, поэтому вопросы реализации межпредметных связей математики с остальными учебными предметами играют ведущую роль в этом процессе.

Целью исследования является разработка методики обучения математическому моделированию процессов в информационных системах как средству усиления дополнительного математического образования студентов.

Объектом исследования является математическое образование студентов ВУЗа. Предметом исследования является обучение студентов математическому моделированию.

Целенаправленное применение математического моделирования в исследованиях информационных систем позволит усилить эргономичность дополнительного математического образования, что в свою очередь повысит интерес учащихся к математике и программированию.

В соответствии с целью, гипотезой, объектом и предметом исследования были определены следующие частные задачи:

1. Изучить состояние проблемы обучения математическому моделированию и программированию.

2. Провести анализ возможностей математического моделирования информационных систем как средства усиления оптимизации обработки информации в таких системах.

3. Разработать методику обучения математическому моделированию процессов в информационных системах, как средства усиления эффективности обработки информации с использованием современных средств вычислительной техники.

4. Осуществить экспериментальную проверку эффективности использования разработанных методических моделей для проведения занятий математическое моделирование и программирование.

Для решения поставленных задач использовались следующие методы исследований:

- анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы по проблеме исследования,

- изучение педагогического опыта преподавателей, анализ личного опыта работы в группах различного профиля в качестве учителя программирования,

- педагогический эксперимент;

- проведение открытых уроков и методических семинаров для преподавателей ВУЗов.

Научная новизна исследования состоит в том, что в нем:

- раскрыта значимость математического моделирования и программирования в исследовании процессов в информационных системах;

- разработана структура и содержание дидактических материалов, используемых для обучения математическому моделированию общественных процессов.

- разработана методики организации математических занятий по обучению студентов математическому моделированию процессов в информационных системах (ИС).

Производительность и пропускная способность ИС определяется комплексом системно взаимосвязанных факторов:

- характеристик технических средств (выбором компьютеров и рабочих станций, коммуникационного оборудования, операционных систем рабочих станций, серверов и их конфигураций и т. п.);

- характером распределения и хранения информационных ресурсов;

- режимами доступа в систему;

- организации распределенной обработки информации;

- распределением файлов базы данных по серверам системы;

- организацией распределенного вычислительного процесса;

- защиты, поддержания и восстановления работоспособности в ситуациях сбоев и отказов.

Исследование характеристик различных режимов доступа и выбор наиболее оптимальных для конкретных режимов функционирования ИС и, соответственно, оптимизации режимов обработки информации при решении заданного класса задач,

возможно путём разработки математических моделей этих процессов и организации имитационного моделирования с использованием средств вычислительного эксперимента.

Практический интерес рассматриваемых задач определяются необходимостью разработки программного обеспечения для проектирования, мониторинга и оптимизации режимов функционирования сложных распределённых ИС.

Определим основные параметры модели массового обслуживания при случайном методе доступа к передающей среде:

$\lambda_i, i=1, k$ – интенсивность заявок, поступающих на обработку от i -го абонента, характеризует возникновение связи между абонентом « i » и сервером;

$\mu_i, i=1, k$ – интенсивность обработки заявок в ОП i ;

μ_{M1} – интенсивность обработки заявок в моноканале, поступающих от всех абонентов – обратная величина среднего времени передачи информации по моноканалу;

$1/\mu_{M2}$ – интервал увеличения времени обработки заявки в моноканале за счёт возникновения конфликтов (среднее время отсрочки).

Конфликтная ситуация обнаруживается и ликвидируется в течение среднего интервала времени $1/\mu_{M2}$. Вероятность наступления конфликта определяется следующим образом:

$$P_{\text{нк}} = P(h \geq 3) - H, \quad (1)$$

где $P(h \geq 3)$ – вероятность нахождения в СМО $_M$ трех или более заявок от всех абонентов; H – вероятность бесконфликтных ситуаций, когда в системе находятся три и более заявок.

Вероятность того, что в системе находится ровно k заявок для СМО М/М/1 равна $p_k = (1 - \rho)\rho^k, k = 0, 1, 2, \dots$

Вероятность того, что в системе имеется по меньшей мере k требований для СМО М/М/1:

$$P[h \geq k \text{ требований в системе}] = \sum_{i=k}^{\infty} p_i = \sum_{i=k}^{\infty} (1 - \rho)\rho^i = \rho^k,$$

$$\text{где } \rho = \sum_{i=1}^k \rho_i, \quad \rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}.$$

Таким образом, вероятность $P(h \geq 3)$ определяется на основе модели СМО М/М/1 с учетом того, что на входе имеем суммарный поток от всех абонентов, т.е. $P(h \geq 3) = \rho^3$.

Далее в главе рассмотрено построение математической модели случайного метода доступа ИС с произвольным числом абонентов.

Анализ поведения вероятности бесконфликтных ситуаций в выражении (1) при возрастании числа абонентов « h » показал, что значение H убывает и при $h=4$ составляет 3,48%, а при $h=8$ – 0,46%. Следовательно, при $h > 4$ значением H в (1) можно пренебречь и тогда

$$P_{\text{нк}} = P(h \geq 3) = \rho^3. \quad (2)$$

При использовании (2) доля коэффициента загрузки в моноканале от i -го абонента равна:

$$\rho_i = \lambda_i / M_{M1} + (\Lambda / M_{M1})^3 / M_{M2}, \quad i = 1, k, \quad (3)$$

где $\Lambda = \sum_{i=1}^k \lambda_i$ – общая суммарная интенсивность потоков, поступающих на вход моноканала; k – общее число входящих потоков в моноканал; M_{M1} – интенсивность обработки заявок всех абонентов в моноканале; M_{M2} – интенсивность обработки заявок в моноканале в случае возникновения конфликта.

Суммируя по всем элементам $\rho_i, i=1, k$, выражение (3) сведем к виду

$$\rho_{mk} = \sum_{i=1}^k \rho_i^{MK} = \frac{1}{M_{M1}} \sum_{i=1}^k \lambda_i + \frac{1}{M_{M2}} \left(\frac{\Lambda}{M_{M1}} \right)^3 \sum_{i=1}^k \lambda_i = \frac{\Lambda}{M_{M1}} + \frac{\Lambda}{M_{M2}} \left(\frac{\Lambda}{M_{M1}} \right)^3. \quad (4)$$

При возникновении конфликта в выражении (4) в главе определено значение M_{M2} :

$$M_{M2} = 1 / T_{отср}, \quad (5)$$

$$\text{где } T_{отср}(n) = \frac{1-\Omega}{2} \sum_{n=2}^9 [(2^n - 1)\Omega^{n+2}] + 511.5 \sum_{n=10}^{15} (\Omega^{11} - \Omega^{16}); \Omega = \left(\sum_{i \in \text{ex. моноканал}} \lambda_i \right) / M_{M1}$$

На вход каждого абонентского узла поступает поток с интенсивностью $\lambda_i, i = \overline{1, k}$, который обрабатывается в абонентской станции с интенсивностью $\mu_i, i = \overline{1, k}$, и интенсивностью поступления заявок:

$$\lambda_i^{\text{ex}} = \lambda_i + \lambda_i^*, \text{ где } \lambda_i^* = \left(\sum_{r=1}^k \lambda_r \right) / (k-1), i = \overline{1, k} \quad (6)$$

ВВХ первой фазы определяются следующим образом:

Плотность распределения вероятностей времени пребывания заявки на фазе:

$$g_i^{1\phi}(t) = (\mu_i - \lambda_i^{\text{ex}}) \exp[(\mu_i - \lambda_i^{\text{ex}}) t]. \quad (7)$$

Среднее время пребывания заявки на первой фазе:

$$u_i^{-1\phi} = [\mu_i (1 - \lambda_i^{\text{ex}}) / \mu_i]^{-1}. \quad (8)$$

Дисперсия времени пребывания заявки на первой фазе:

$$D_{g_i}^{1\phi} = [\mu_i - \lambda_i^{\text{ex}}]^{-2}. \quad (9)$$

Плотность распределения вероятностей времени ожидания заявки:

$$f_i^{1\phi}(t) = (\lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i) (\mu_i - \lambda_i^{\text{ex}}) \exp [-(\mu_i - \lambda_i^{\text{ex}}) t]. \quad (10)$$

Среднее время ожидания заявки на первой фазе:

$$w_i^{-1\phi} = \frac{1}{\mu_i} \cdot \frac{\lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i}{1 - \lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i}. \quad (11)$$

Дисперсия времени ожидания заявки на первой фазе:

$$D_f^{1\phi} = (\lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i)^2 (\mu_i - \lambda_i^{\text{ex}})^{-2}. \quad (12)$$

Распределение вероятностей числа заявок, находящихся на:

$$P_i^{1\phi}(n) = (1 - \lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i) (\lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i)^n. \quad (13)$$

Среднее число заявок в первой фазе:

$$\bar{n}_i^{-1\phi} = (\lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i) (1 - \lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i). \quad (14)$$

Дисперсия числа заявок в первой фазе системы:

$$D_{n_i}^{1\phi} = (\lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i) / (1 - \lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i)^2. \quad (15)$$

Распределение вероятностей числа заявок, ожидающих обслуживания:

$$P_i^{*1\phi}(0) = 1 - \lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i, P_i^{*1\phi}(n) = [1 - (\lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i)] (\lambda_i^{\text{ex}} / \mu_i)^{n+1}, \text{ при } n \geq 1. \quad (16)$$

Средняя длина очереди на первой фазе:

$$\overline{U}_i^{1\phi} = (\lambda_i^{\text{ex}} / \mu_1)^2 / (1 - \lambda_i^{\text{ex}} / \mu_1). \quad (17)$$

Дисперсия длины очереди заявок:

$$D_{D_i}^{1\phi} = (1 - \lambda_i^{\text{ex}} / \mu_1) \sum_{k=1}^{\infty} k^2 / (\lambda_i^{\text{ex}} / \mu_1)^{k+1} - (\lambda_i^{\text{ex}} / \mu_1)^2 / (1 - \lambda_i^{\text{ex}} / \mu_1). \quad (18)$$

Интенсивность входного потока второй фазы определяется следующим образом:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^k (\lambda_i + \lambda_i^*) + \Lambda_{\text{вонне}} + \Lambda_{\text{извне}}. \quad (19)$$

Среднее время обработки пакета сообщения в моноканале:

$$\tau_{\text{экв}}^{MK} = \frac{1}{\mu_{\text{экв}}^{MK}} = \frac{\rho_{MK}}{\Lambda}, \quad \Lambda = \sum_{i=1}^k \lambda_i, \quad (20)$$

где ρ_{MK} определен соотношением (4).

Имея в качестве исходных параметров для второй фазы обработки полученные значения « Λ » и « $\mu_{MK}^{\text{экв}}$ » и, используя для определения ту же модель массового обслуживания (М/М/1), что и для первой фазы, получим для второй фазы аналогичный набор ВВХ: $g^{2\phi}(t), \overline{U}^{2\phi}, \overline{D}_{g_i}^{2\phi}, f^{2\phi}(t), \overline{w}^{2\phi}, D_{g_i}^{2\phi}, P^{2\phi}(n), \overline{n}^{2\phi}, D_{n_i}^{2\phi}$, где во всех выражениях ВВХ первой фазы μ_1 меняется на $\mu_{MK}^{\text{экв}}$, а λ_1 заменяется на Λ .

Для третьей фазы обработки ВВХ определяются на основе все той же модели массового обслуживания М/М/1. В качестве исходных параметров здесь будут $\Lambda = \sum_{i=1}^k (\lambda_i + \lambda_i^*) + \Lambda_{\text{вонне}}$ и μ^* .

По аналогии с ВВХ, полученной на первой и второй фазах обработки, получим набор показателей для третьей фазы.

Поскольку моделью ИС является экспоненциальная система, то интегральные ВВХ для трех фаз маршрута «абонент A_i – абонент A_i » определяются следующими соотношениями:

$$\overline{P}_m^{\Sigma}(i, j) = \overline{P}_m^{1\phi}(i) + \overline{P}_m^{2\phi} + \overline{P}_m^{3\phi}(j) \quad (21)$$

- для ВВХ, определяющих средние и дисперсии, где $\overline{P}_m^{\Sigma}(i, j)$ - интегральный показатель, m – номер показателя; $\overline{P}_m^{n\phi}(i)$ - m -ый показатель n -ой фазы обработки;

$$\overline{P}_m^{\Sigma}(i, j) = \overline{P}_m^{1\phi}(i) * \overline{P}_m^{2\phi} * \overline{P}_m^{3\phi}(j) \quad (22)$$

- интегральный показатель для ВВХ, определяющих плотности распределения вероятностей и распределения вероятностей дискретных состояний, где * - знак композиции.

Определим интегральные показатели для всех трех фаз обработки.

Плотность распределения вероятностей времени пребывания заявки в системе:

$$g_i(t) = g_i^{1\phi}(t) * g_i^{2\phi}(t) * g_i^{3\phi}(t) \quad (23)$$

Среднее время пребывания заявки в системе:

$$\overline{u}_i = u_i^{1\phi} + u_i^{2\phi} + u_i^{3\phi} \quad (24)$$

Дисперсия времени пребывания заявки в системе:

$$Dg_i = Dg_i^{1\phi}(t) + Dg_i^{2\phi} + Dg_i^{3\phi} \quad (25)$$

Плотность распределения вероятностей времени ожидания заявки:

$$f_i(t) = f_i^{1\phi}(t) * f_i^{2\phi}(t) * f_i^{3\phi}(t) \quad (26)$$

Среднее время ожидания обслуживания заявки в системе:

$$\bar{w}_i = \bar{w}_i^{1\phi} + \bar{w}_i^{2\phi} + \bar{w}_i^{3\phi} \quad (27)$$

Дисперсия времени ожидания обслуживания заявки в системе:

$$Df_i = Df_i^{1\phi} + Df_i^{2\phi} + Df_i^{3\phi} \quad (28)$$

Распределение вероятностей числа обслуживаемых заявок:

$$P_i(n) = P_i^{1\phi}(n) * P_i^{2\phi}(n) * P_i^{3\phi}(n) \quad (29)$$

Среднее число заявок в системе:

$$\bar{n}_i = \bar{n}_i^{1\phi} + \bar{n}_i^{2\phi} + \bar{n}_i^{3\phi} \quad (30)$$

Дисперсия числа заявок в системе:

$$Dn_i = g_i^{1\phi} + g_i^{2\phi} + g_i^{3\phi} \quad (31)$$

Средняя длина очереди:

$$\bar{D}_i = \bar{D}_i^{1\phi} + \bar{D}_i^{2\phi} + \bar{D}_i^{3\phi} \quad (32)$$

Дисперсия средней длины очереди:

$$D_{D_i} = D_{D_i}^{1\phi} + D_{D_i}^{2\phi} + D_{D_i}^{3\phi} \quad (33)$$

Остальные интегральные ВВХ полностью определены соответствующими выражениями (24), (25), (27)– (33).

Для получения вероятности того, что время доставки информации от абонента «i» к серверу превысит значение $T_{доп}$, определяется следующим образом:

$$P_i[t > T_{доп}] = 1 - \int_0^{T_{доп}} g_i(t) dt. \quad (34)$$

Таким образом, мы получили возможность вычислить ВВХ, как для отдельных фаз обработки, так и для типовых маршрутов движения информации.

Описанная методика разработки математических моделей информационных систем позволяет применять ее в педагогической практике при обучении студентов различных специальностей в тех случаях, когда требует обрабатывать большие объёмы информации в ИС. На основе математического модели разработан программный комплекс на языке программирования C++, которых тоже успешно используется в учебном процессе.

REFERENCES

1. Информационные технологии и вычислительные системы: Высокопроизводительные вычислительные системы. Математическое моделирование. Методы обработки информации / Под ред. С.В. Емельянова. - М.: Ленанд, 2012. - 100 с.
2. Александров, А.Ю. Математическое моделирование и исследование устойчивости биологических сообществ: Учебное пособие / А.Ю. Александров, А.В. Платонов и др. - СПб.: Лань, 2017. - 320 с.
3. К л е й н р о к Л. Вычислительные системы с очередями// Москва, Мир, 2018, С. 512.
4. Ф л и н т Д. Имитационное моделирование. //Москва, Финансы и статистика, 2014. С.348.