

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МОДЕЛЬ $k-\varepsilon$ ЧЕНА ДЛЯ РАСЧЕТА ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ДОЗВУКОВОЙ СТРУИ.

Наврззов Дилшод Примкулович¹

Абдухамидов Сардор Кахарбоевич²

¹Ташкентский филиал РЭУ имени Г.В.Плеханова

²Стажер лаборатории «Механика жидкости, газа и систем гидроприводов» института механики и сейсмостойкости

сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз,

1Navruzov.d@mail.ru, 2sardor.abdukhamidov@mail.ru

<https://doi.org/10.5281/zenodo.6657761>

Аннотация: Проведен сравнительный анализ использования моделей турбулентности: Модифицированный модель $k-\varepsilon$ Чена используется на задаче осесимметричной дозвуковой струи. Проведено сравнение результатов расчёта с результатами экспериментов.

Ключевые слова: Модификация, турбулентность, струя, механика жидкости и газа.

Введение. В наши дни математическое моделирование открывают огромные возможности для инженеров и исследователей разных областей. В нашей статье рассматриваются основные понятия механики жидкости и газа. Во многих случаях движения жидкости и газа возникают так называемые поверхности тангенциального разрыва; течение жидкости в окрестности такой поверхности называется струей. Наиболее изученным видом турбулентной струи является струя, распространяющаяся в покоящейся среде; такая струя называется затопленной. В настоящей работе проведено сравнительное тестирование модель Чена на задаче осесимметричной дозвуковой струи [2,3]. Эта задача имеет два положительных свойства. Во-первых, она очень близка к реальным задачам расчета дозвуковой струи в турбинах авиационных двигателей, а во-вторых, для нее существуют очень подробные экспериментальные данные [2].

Математическая модель

1. В качестве математической модели будем использовать метод $k-\varepsilon$ осредненных по Рейнольдсу [5]. Метод основан на совместном решении уравнений переноса импульса, кинетической энергии и скорости диссипации. Математический модифицированный модель Чена $k-\varepsilon$ имеет следующий вид [6]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial rv}{r\partial r} = 0, \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(r(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial r} \right), \\ u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial y} \left(r \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right) + 2\mu_t - \varepsilon - L_k, \\ u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = Pf_1 C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + L_\varepsilon, \end{cases} \quad (1)$$

Численный метод

1. Запишем систему (1) в переменных Мизеса [4] (z, r) на $-(\zeta, \psi)$, где $\xi=z/L$. В новых переменных, производные определяются по известной формуле:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \psi}, \\ \frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \psi}. \end{cases} \quad (2)$$

Так называемый Рейнольдсовый напряжения в системе уравнений (1) имеет следующий вид $\overline{-u'v'} = v_t \frac{\partial u}{\partial y}$

В новых переменных система уравнений (1) приобретает вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\psi \partial \psi} \left(r(v + v_t) \frac{ru \partial u}{\psi \partial \psi} \right), \\ \frac{\partial k}{\partial \xi} = \frac{\partial k}{\psi \partial \psi} \left(r \left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{ru}{\psi} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{2\mu_t - \varepsilon - 2 \frac{\mu k}{d^2}}{u}, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\psi \partial \psi} \left(r \left(v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{ru}{\psi} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \psi} \right) + \frac{C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + L_\varepsilon}{ku}, \end{cases} \quad (3)$$

Результаты расчетов.

Приведем некоторые конкретные примеры, иллюстрирующие кратко описанные выше свойства $k-\varepsilon$ модель Чена, На рис.1 показано сравнение результатов турбулентных моделей с опытными данными из [2] безразмерной осевой скорости от расстояния до сопла.

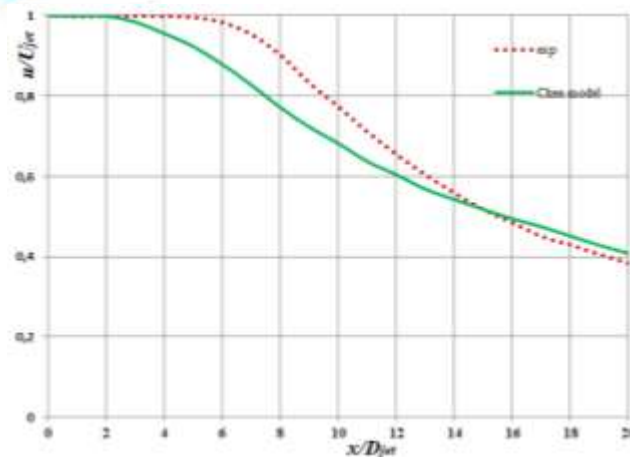


Рис.1 Профиль безразмерной осевой скорости.

На рис. 2 показано сравнение результатов модель $k-\varepsilon$ с опытными данными [2] для профилей безразмерных продольных скоростей в различных расстояниях от сопла

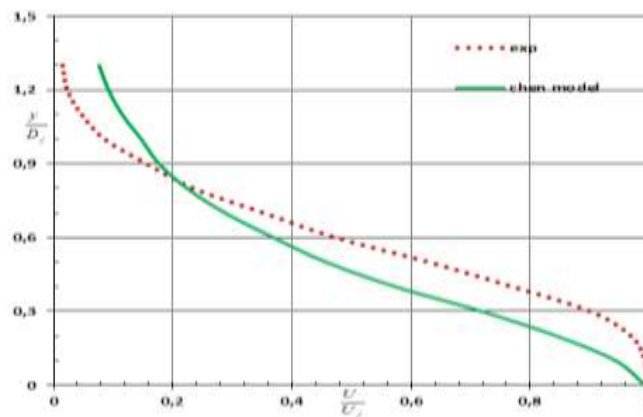


Рис 2. Профиль безразмерный продольный скорости.

На рис. 3 выведено сравнение результатов модель $k-\varepsilon$ с опытными данными [2] для профилей турбулентного напряжения для различных сечений.

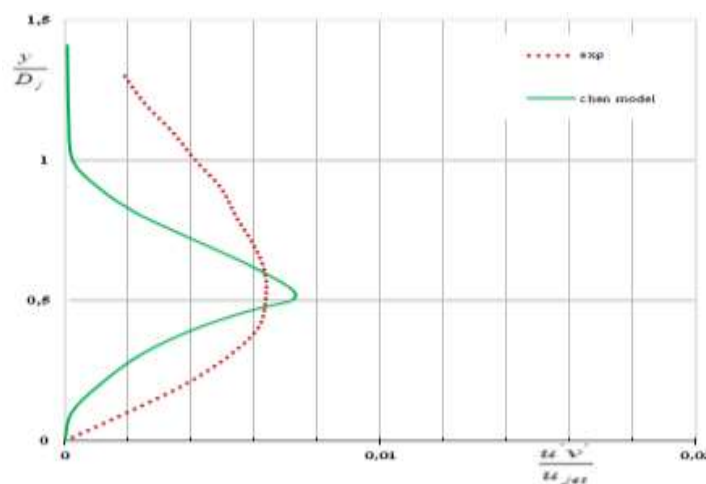


Рис 3. Профиль турбулентного напряжения.

Заключение. Проведено сравнительное тестирование модель $k-\varepsilon$ Чена. Проведено сравнение результатов расчёта с результатами

экспериментов из [2]. В целом наблюдается удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных. Между тем модель $k-\varepsilon$ Чена имеет как преимущества, так и недостатки.

Источники и литература:

1. Абрамович Г.Н., Теория турбулентных струи // Москва «Наука» 1984 г, 716 с.
2. "Turbulence modeling Resource. NASA Langley Research Center", <http://turbmodels.larc.nasa.gov>.
3. Malikov Z M 2020 Mathematical Model of Turbulence Based on the Dynamics of Two Fluids// Applied Mathematic Modeling. № 82, pp. 409-436.
4. Bradshaw P., Ferriss D. H., Atwell N. P. "Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation", J. Fluid Mech., 1967.
5. Mises R., Zs. angew. Math. u. Mech., 7, 425(1927).
6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа /Л.Г.Лойцянский. – М.: Наука. 1987.– 840с.