

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq I, \quad (2)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \quad (3)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Biz aniqlaganimizdek, optimal nuqtada byudjet cheklovi tenglik ko'rinishida bajarilishi kerak, binobarin, ikkala tovar o'ta zarur bo'lgani uchun (agar ulardan biri yo'q bo'lsa, foydalilik nolga teng bo'ladi) o'zgaruvchilarning nomanfiyligi shartlari avtomatik ravishda bajariladi. Demak, yechilayotgan matematik programmalash masalasi shartli ekstremumni topishning klassik masalasiga aylanadi. Ekstremumning zaruriy shartlarini yozib (ularga asosan tovarlar limit foydaliliklarining nisbatlari ularning bozor narxlari nisbatlariga teng bo'lishi kerak, byudjet cheklovi esa tenglik ko'rinishida bajariladi),

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}, \quad p_1x_1 + p_2x_2 = I$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

Bundagi birinchi shart qaralayotgan masalada ikkala tovarga sarflanadigan pul miqdorlari bir xil, ya'ni $x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1$ bo'lishi kerakligini anglatadi. Bu foydalilik funksiyasida x_1 va x_2 o'zgaruvchilarning «vaznlari» yoki daraja ko'rsatkichlari tengligidan kelib chiqadi. Demak,

$$x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1 = \frac{I}{2} \text{ va talab funksiyalari}$$

$$x_1 = \frac{I}{2 \cdot p_1}; \quad x_2 = \frac{I}{2 \cdot p_2}$$

ko'rinishni oladi.

Shunday qilib, har bir tovarga sarf-xarajat iste'molchi umumiy daromadining yarmini tashkil etadi va har bir tovarning zaruriy miqdorini topish uchun shu tovarga sarflanadigan mablag'ni uning narxiga bo'lish lozim.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

- 1.Шодиев Т.Ш. ва бошқалар. Иқтисодий-математик усуллар ва моделлар. Ўқув қўлланма. –Т.: ТДИУ, 2010. – 297 б.
- 2.Фомин Г.П.Математические методы и модели в коммерческой деятельности. Учебник. –М.: ИНФРА-М, 2009. – 395 с.
- 3.Шапкин А.С. Математические методы и модели исследования операций. Учебное пособие. –М.: Дашков и К., 2009. – 361 с.
4. Turakulov O. K., Halimov U. H. TENDENCIES FOR THE DEVELOPMENT OF TECHNICAL EDUCATION FOR FUTURE ENGINEERS //Mental Enlightenment Scientific-Methodological Journal. – 2022. – Т. 2022. – №. 2. – С. 307-316.

OPTIMAL BOSHQARUV MASALASINING UMUMIY QO'YILISHI

Hamdamov Foziljon Rustamjon o'g'li

*O'zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali
"Amaliy matematika" mutaxassisligi magistranti*

Annotatsiya: *Ishda optimal boshqaruv masalasining umumiy ko'rinishida qo'yilishi: obyektning harakat dinamikasi, joiz boshqaruvlar sinfi, obyektning boshlang'ich va so'ngi holati, sifat kriteyasi, tezkorlikni chiziqli masalasi o'rganilgan.*

Kalit soʻzlar: obyektning harakati, joiz boshqaruv, boshlangʻich holati, chiziqli masala, optimal boshqaruv.

1. Obyektning harakat dinamikasi. Optimal boshqaruv masalasi uchun vaqt mobaynida harakati oʻzgarib turuvchi obyektning mavjudligi xarakterlidir. Faraz qilaylik vaqtning har bir t momentida obyektning holati $x^1(t), \dots, x^n(t)$ parametrlarning tanlanishi bilan toʻla aniqlansin. Bu parametrlar qandaydir koordinatalar sistemasida obyektning holatining koordinatalari, tezlik koordinatalari va hokazolar boʻlishi mumkin. $x(t) = (x^1(t), \dots, x^n(t))$ vektorga obyektning *holat vektori* deyiladi. Obyekt harakatini boshqarish, yaʼni obyektning holati qandaydir rullar vositasida oʻzgartirilishi mumkin deb faraz qilamiz. Aytaylik rullarning holati vaqtning har bir t momentida $u^1(t), \dots, u^m(t)$ parametrlarni tanlanishi bilan harakterlarsin. $u(t) = (u^1(t), \dots, u^m(t))$ vektorga obyektning *boshqaruv vektori* yoki *boshqaruv* deyiladi. Vaqtning berilgan t momentida obyektning holati $u(t)$ boshqaruv vaqtning t momentigacha qanday qiymatlar qabul qilganligiga bogʻliq ammo, boshqaruvning kelgusi holatiga bogʻliq emas. Obyektning $x(t)$ holat vektori $u(t)$ boshqaruvning qiymatiga bogʻliq tarzda turli hil dinamik obyektlar qaraladi. Masalan, bu bogʻliqlikni

$$\dot{x} = f(t, x, u) \quad (1.1)$$

differensial tenglamalar sistemasi bilan yozish mumkin. Bu holda vaqtning har bir t momentida $u(t)$ boshqaruvning qiymatini bilgan holda

$$\dot{x} = f(t, x, u(t))$$

differensial tenglamani yechib, obyektning $x(t)$ trayektoriyasini aniqlashimiz mumkin.

Qandaydir tarzda obyektning harakat dinamikasi berilgan, yaʼni $u(t)$ boshqaruv vektorining oʻzgarishiga bogʻliq ravishda $x(t)$ holat vektorining oʻzgarish qonuni berilgan deb hisoblaymiz [1].

2. Joiz boshqaruvlar sinfi. Muayyan (konkret) fizik obyektlar uchun $u(t)$ boshqaruv ixtiyoriy boʻlmaydi. Bu boshqaruvga boshqaruvning fizik maʼnosidan kelib chiqadigan qandaydir cheklanishlar qoʻyiladi. Masalan, agar $u^1(t)$ divigatelning quvvati boʻlsa, u holda vaqtning har bir momentida u

$$u_{\min} \leq u^1(t) \leq u_{\max}$$

cheklanishlarni qanoatlantiradi. Bunda $u^1(t)$ $u_{\min}$ va $u_{\max}$ chetki qiymatlarni ham qabul qilishi mumkin. Odatda $u(t)$ vektor boshqaruv vaqtning har bir t momentida

$$u(t) \in U \quad (1.2)$$

cheklanishni qanoatlantiradi, bu erda U qandaydir berilgan toʻplam. Qonuniyatga koʻra muayyan fizik obyektlarda U yopiq toʻplamdir. Bu yopiqlik boshqariladigan obyektning holatini umuman klassik variatsion hisob usullari bilan tekshirishga imkoniyat bermaydi. (1.2) koʻrinishdagi cheklanishlardan tashqari $u(t)$ boshqaruvning vaqtga bogʻliqligi boʻyicha cheklanishlar qoʻyilishi mumkin. Masalan joiz boshqaruvning fizik maʼnosidan bu boshqaruv yoki silliq, yoki uzluksiz, yoki bolakli uzluksiz va hokazo boʻlishi mumkin. Qandaydir usulda $u(t)$ joiz boshqaruvlar sinfi berilgan deb hisoblaymiz [2].

3.Obyektning boshlang'ich va so'nggi holati. Faraz qilaylik vaqtning boshlang'ich momenti t_0 va obyektning joiz boshlang'ich holatlarining M_0 to'plami berilgan bo'lsin. Bundan tashqari vaqtning qandaydir so'nggi t_1 momentida ob'yekt qandaydir joiz so'nggi holatlarining to'plami M_1 ga kelib tushsin. Agar $u(t)$ boshqaruvga mos obyektning $x(t)$ holati

$$x(t_0) \in M_0, \quad x(t_1) \in M_1 \quad (1.3)$$

shartlarni qanoatlantirsa, u holda $[t_0, t_1]$ vaqt oraligida $u(t)$ joiz boshqaruv joiz boshlang'ich holatlarining M_0 to'plamini joiz so'nggi holatlarining M_1 to'plamiga olib o'tadi deb aytamiz. vaqtning har bir so'nggi momenti t_1 umuman aytganda maxkamlangan bo'lib, $x(t)$ vektorning so'nggi M_1 to'plamga tushish shartidan aniqlanadi. Shunday qilib M_0, M_1 joiz to'plamlar berilgan deb hisoblaymiz [3].

4.Sifat kriteriysi. Boshqariladigan obyektни M_0 to'plamdan M_1 to'plamga turli hil usullar bilan o'tkazish mumkin bo'lishi mumkin. Amaliyotda bunday o'tishlardan qandaydir ma'noda eng yaxshisini tanlash maqsadga muvofiqdir. Odatda $[t_0, t_1]$ kesmada aniqlangan har bir $u(t)$ joiz boshqaruvga mos obyektning $x(t)$ trayektoriyasiga $u(t)$, $x(t)$ juftlikni baholovchi J soni, ya'ni $J(u(t), x(t))$ funksional, yoki sifat kriteriysi beriladi. Masalan, bu funksional

$$J(u(t), x(t)) = \int_{t_0}^{t_1} f^0(s, x(s), u(s)) ds \quad (1.4)$$

ko'rinishda bo'lishi mumkin.

Endi *optimal boshqaruv masalasini* ifodalashimiz mumkin. Bu masala obyektни boshlang'ich holatlarning M_0 to'plamidan so'nggi holatlarning M_1 to'plamiga tushuruvchi shunday $u^*(t)$ boshqaruv va unga mos $x^*(t)$ traektoriyani topish lozimki, bunda $J(u(t), x(t))$ funksional o'zining minimal qiymatiga erishsin, ya'ni

$$J(u^*(t), x^*(t)) = \min J(u(t), x(t))$$

tenglik bajarilsin. Bu yerda minimum obyektни boshlang'ich holatlarning M_0 to'plamidan so'nggi holatlarning M_1 to'plamiga o'tkazuvchi barcha joiz $u(t)$ boshqaruv va unga mos obyektning $x(t)$ trayektoriyalari bo'yicha olinadi.

Optimal boshqaruv masalalaridan misollar keltiramiz [4].

5.Tezkorlikning chiziqli masalasi. Shunday qilib biz optimal boshqaruv masalasining umumiy ko'rinishda qo'yilishini va bu masalani echishda yuzaga keladigan ba'zi asosiy muamolarni qarab chiqdik. Bu kitobda biz asosan optimal boshqaruv matematik nazariyasining soddaroq masalasi bo'lgan chiziqli tezkorlik masalasini o'rganamiz.

Bu obyektning harakat dinamikasi

$$\dot{x} = Ax + u, \quad (1.6)$$

Chiziqli differensial tenglamalar sistemasi bilan yoziladi, bu yerda x -obyektning n o'lchamli holat vektori, u - n o'lchamli boshqaruv vektori bo'lib, boshqaruvqa $u(t) \in U$ cheklanish qo'yilgan, A - $n \times n$ o'lchamli o'zgarmas matritsa. Qandaydir $u(t)$ joiz boshqaruvni va obyektning $x(t_0) = x_0$ boshlang'ich holatini bilgan holda, obyektning $x(t)$ holat vektorini (1.6) differensial tenglamalar sistemasining yagona yechimi sifatida hosil qilish mumkin. Joiz

boshqaruvlar sinfi, keyinroq yordamchi matematik tushunchalar o'rganilgandan keyin aniqlanadi.

O'bektning boshlang'ich va so'ggi holatlari bo'lgan M_0 va M_1 to'plamlar n o'lchamli vektor fazoning qandaydir bo'sh bo'lmagan kompakt qism to'plamlari sifatida olinadi. Sifat kriteriysi bo'lib, M_0 to'plamdan M_1 to'plamga o'tish uchun sarflangan vaqt, ya'ni $J(u(t), x(t)) = t_1 - t_0$ bo'ladi. Bunday sifat kriteriysi (1.4) sifat kriteriysidan integral ostidagi funksiya

$$f^0(t, x(t), u(t)) \equiv 1$$

bo'lganda hosil bo'ladi.

Shunday qilib, biz *chiziqli tezkorlik masalasining* qo'yilishiga keldik. Bu masala obektni boshlang'ich holatlarning M_0 to'plamida holatlarning so'ngi M_1 to'plamiga eng qisqa vaqt ichida olib o'tuvchi $u^*(t)$ joiz boshqaruvni va unga mos (1.6) tenglamaning $x^*(t)$ yechimini topishdan iborat.

Yuqorida keltirilgan 2-misol chiziqli tezkorlik masalasi bo'ladi.

Optimal boshqaruv nazariyasi bilan birinchi tanishish uchun chiziqli tezkorlik masalasining tanlanilishi bejiz emas. Bu masala ko'proq ustunlikka ega.

Birinchi, (1.6) chiziqli differensial tenglamalar uchun $x(t)$ trayektoriyani $u(t)$ boshqaruvga nisbatan oshkor ko'rinishda yozish mumkin. Bu esa optimal boshqaruv matematik nazariya-sining asosiy masalalarini effektiv tekshirish imkoniyatini beradi.

Ikkinchi, chiziqli tezkorlik masalasalarida optimal boshqaruvning umumiy masalasidagi barcha harakterli qiyinchiliklar yaqqol namayon bo'ladi [5].

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. *Р. Рокафеллар* Выпуклый анализ. М.: Мир, 1973.
2. *А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин* Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1972.
3. *А.А. Ляпунов* О вполне аддитивных вектор-функциях I.// Изв. РАН. Сер. «Математика». Т. 3, N 6, 1940, с.465-478.
4. *Д.Б. Силин* Субдифференциалы выпуклых функций и интегралы от многозначных отображений.// Вестник МГУ. Вычисл. Мат. И кибернетика N1, 1984, с.55-59.
5. *В.И. Благодатских* Задача управляемости для линейных систем. // Тр.МИАН РАН. 1977, Т. 143, с. 57-67.

ЧИЗИҚЛИ ТИЗИМНИ СИЛЛИҚМАС ТЕРМИНАЛ МЕЗОН БЎЙИЧА ОПТИМАЛ БОШҚАРИШ МАСАЛАСИ

Жуманов Камол Сайфуллаевич

Ўзбекистон Миллий университетининг
Жиззах филиали магистранти

Аннотация: Ишда чизиқли динамик бошқарув тизимини силлиқмас терминал функционал бўйича оптималлаштириш масаласи қаралади. Шу масалада оптималлик шартлари ўрганилган. Оптимал бошқарув учун зарурий ва етарли шартлар олинган.

Калит сўзлар: бошқарув тизими, терминал функционал, оптимал бошқарув, оптималлик шартлари.