boshqaruvlar sinfi, keyinroq yordamchi matematik tushunchalar o‘rganilgandan keyin aniqlanadi.

O‘bektning boshlang‘ich va so‘ggi holatlari bo‘lgan M_0 va M_1 to‘plamlar n o‘lchamli vektor fazoning qandaydir bo‘sh bo‘lmagan kompakt qism to‘plamlari sifatida olinadi. Sifat kriteriysi bo‘lib, M_0 to‘plamdan M_1 to‘plamga o‘tish uchun sarflangan vaqt, ya’ni $J(u(t),x(t))=t_1-t_0$ bo‘ladi. Bunday sifat kriteriysi (1.4) sifat kriteriysidan integral ostidagi funksiya

$$f^0(t,\ x(t),u(t))\equiv 1$$

bo‘lganda hosil bo‘ladi.

Shunday qilib, biz *chiziqli tezkorlik masalasi*ning qo‘yilishiga keldik. Bu masala obektni boshlang`ich holatlarning $M_0$ to`plamida holatlarning so`ngi $M_1$ to`plamiga eng qisqa vaqt ichida olib o`tuvchi $u^*(t)$ joiz boshqaruvni va unga mos (1.6) tenglamaning $x^*(t)$ yechimini topishdan iborat.

Yuqorida keltirilgan 2-misol chiziqli tezkorlik masalasi bo`ladi.

Optimal boshqaruv nazariyasi bilan birinchi tanishish uchun chiziqli tezkorlik masalasining tanlanilishi bejiz emas. Bu masala ko`proq ustunlikka ega.

Birinchidan, (1.6) chiziqli differensial tenglamalar uchun $x(t)$ trayektoriyani $u(t)$ boshqaruvga nisbatan oshkor ko`rinishda yozish mumkin. Bu esa optimal boshqaruv matematik nazariya-sining asosiy masalalarini effektiv tekshirish imkoniyatini beradi.

Ikkinchidan, chiziqli tezkorlik masalasalalarida optimal boshqaruvning umumiy masalasidagi barcha harakterli qiyinchiliklar yaqqol namayon bo`ladi [5].

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

1. *Р. Рокафеллар* Выпуклый анализ. М.: Мир, 1973.

2. *А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин* Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1972.

3. *А.А. Ляпунов* О вполне аддитивных вектор-функциях I.// Изв. РАН. Сер. «Математика». Т. 3, N 6, 1940, с.465-478.

4.*Д.Б. Силин* Субдифференциалы выпуклых функций и интегралы от многозначных отображений.// Вестник МГУ. Вычисл. Мат. И кибернетика N1, 1984, с.55-59.

5.*В.И. Благодатских* Задача управляемости для линейных систем.
// Тр.МИАН РАН. 1977, Т. 143, с. 57-67.

ЧИЗИҚЛИ ТИЗИМНИ СИЛЛИҚМАС ТЕРМИНАЛ МЕЗОН БЎЙИЧА ОПТИМАЛ БОШҚАРИШ МАСАЛАСИ

Жуманов Камол Сайфуллаевич

Ўзбекистон Миллий университетининг

Жиззах филиали магистранти

Аннотация: *Ишда чизиқли динамик бошқарув тизимини силлиқмас терминал функционал бўйича оптималлаштириш масаласи қаралади. Шу масалада оптималлик шартлари ўрганилган. Оптимал бошқарув учун зарурий ва етарли шартлар олинган.*

Калит сўзлар: *бошқарув тизими, терминал функционал, оптимал бошқарув, оптималлик шартлари.*

Ҳозирги замон илмий-амалий тадқиқотларида иқтисодиёт, техника, экология, тиббиёт ва бошқа соҳаларда пайдо бўлаётган оптималлаштириш масалаларининг аҳамияти ортиб бормоқда. Бу эса оптималлаш масалалари математик назариясининг ривожланишда муҳим омил бўлиб хизмат қилмоқда. Амалиётда математик дастурлаш, оптимал бошқарувнинг математик назарияси, жараёнлар тадқиқоти, қарор қабул қилишнинг математик усуллари кенг татбиқларга эга [1,2,4,5]. Мураккаб динамик тизимларни бошқариш ва рационал қарор қабул қилиш муаммолари билан боғлиқ тадқиқотлар натижасида математикада қавариқ ва силлиқмас тахлил ҳамда силлиқмас оптималлаш усуллари ривожланмоқда [3,5–9].

Динамик тизимлар учун силлиқмас мезонларга кўра бошқариш кўп ҳолларда минимум ёки максимум типидаги мақсад функционалларини оптималлаш масалалари сифатида қаралади. Бундай типдаги функционаллар, одатда, муайян чеклашларни ҳисобга олиш натижасида пайдо бўлади ва ўз специфик хоссалари билан ажралиб туради. Шу сабабли, силлиқмас оптималлаштириш масалаларини ўрганишда ва бунда мос оптимал бошқарувни қуриш усулларни ишлаб чиқишда мақсад функционалининг хусусиятларини алоҳида эътиборга олиш муҳим аҳамият касб этади [3,6,9].

Масаланинг қўйилиши. R^n– n-ўлчамли векторлар Евклид фазоси , $(x,y)=\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ – бу фазодаги $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ ва $y=(y_1,y_2,...,y_n)$ векторларнинг скаляр кўпайтмаси бўлсин. Бу фазода норма $\|x\|=\sqrt{(x,x)}$ каби аниқланади.

Динамик бошқарув тизимининг қуйидаги чизиқли моделини қараймиз:

$$\frac{dx}{dt}=A(t)x+B(t)u+q(t), t\in T=[t_0,t_1], \tag{1}$$

бунда $x\in R^n$–тизимнинг холат вектори, $u\in R^m$– бошқарув вектори, $A(t)-n\times n$-матрица, $B(t)-n\times m$-матрица, $q(t)\in R^n$. Бу моделда $A(t), B(t)$ матрицалар ва $q(t)$ вектор-функцияни T оралиқда узлуксиз, бошқарув векторининг қийматлар тўплами U эса R^m фазонинг қавариқ компакт тўплами деб ҳисоблаймиз. $U(T)$ деб $u(t)\in U,\ t\in T$ шартни қаноатлантирувчи ўлчовли функциялардан ташкил топган жойиз бошқарувлар тўпламини белгилаймиз. Дифференциал тенгламалар ва оптимал бошқарув назарияси натижаларига кўра, ҳар бир $u(\cdot)\in U(T)$ жойиз бошқарув учун (1) тенгламанинг $x(t_0)=x^0$ бошланғич шартни қаноатлантирувчи ягона абсолют узлуксиз $x=x(t,x^0,u), t\in T,$ ечими мавжуд бўлади [1].

Қаралаётган (1) чизиқли тизимни бошқариш сифатини ушбу терминал функционал ёрдамида баҳолаймиз:

$$g(x(t_1,x^0,u))=\sum_{i=1}^{p}\max_{\xi\in Z_i}(\xi, x(t_1,x^0,u)), \tag{2}$$

бунда $Z_i,\ i=\overline{1,p}$, – R^n нинг берилган компакт тўпламлари. Қаралаётган динамик тизим учун бошқаришнинг (2) кўринишдаги мезони максимум типидаги $g(x))=\sum_{i=1}^{p}\max_{\xi\in Z_i}(\xi,x)$ силлиқмас функция билан берилган.

Чизиқли бошқарув тизими $x(t,x^0,u)$ траеториясининг чап учини қўзғалувчи деб ҳисоблаймиз, яъни $x^0\in D, D$ – берилган қавариқ компакт тўплам. Шундай шартда (2) функционални оптималлаштириш масаласини қараймиз. Бу масалани ушбу кўринишда ёзиш мумкин:

$$\max_{w\in W}(w, x(t_1, x^0, u)) \to \min, x^0 \in D,\ u \in U(T)\,, \tag{3}$$

бу ерда $w = \sum_{i=1}^{p} z_i$, $W = \sum_{i=1}^{p} Z_i$. Қўйилган масалада оптимал бошқарув учун зарурий ва етарли шартларни ўрганамиз.

Силлиқмас функционал учун формула. Дифференциал тенгламалар ва динамик тизимларни бошқарув назарияси [1] натижаларига кўра, ҳар бир $u(\cdot) \in U(T)$ учун (1) тенгламанинг $x(t_0) = x^0$ бошланғич шартдаги $x(t) = x(t, x^0, u)$ абсолют узлуксиз ечимини

$$x(t, x^0, u) = F(t, t_0)x^0 + \int_{t_0}^{t} F(t,\tau)B(\tau)u(\tau)d\tau + \int_{t_0}^{t} F(t,\tau)q(\tau)d\tau \tag{4}$$

Коши формуласи ёрдамида тасвирлаш мумкин, бу ерда $F(t,\tau)$ билан $\frac{dx}{dt} = A(t)x$ учун фундаментал ечимлар матрицаси белгиланган, яъни

$$\frac{\partial F(t,\tau)}{\partial t} = A(t)F(t,\tau),\ F(\tau,\tau) = E,\ \tau \in T\,.$$

Қуйидаги белгилашларни киритамиз: $z = (z_1, z_2, ..., z_p)$, $Z = Z_1 \times Z_2 \times ... \times Z_p$, coZ – берилган Z тўпламнинг қавариқ қобиғи. (4) Коши формуласи ва ушбу

$$\sum_{i=1}^{p} \max_{z_i \in Z_i}(z_i, x) = \max_{z\in coZ}(x, \sum_{i=1}^{p} z_i) = \max_{w\in coW}(x, w)$$

тенгликдан фойдаланиб (2) функционал учун

$$g(x(t_1, x^0, u)) = \max_{w\in coW}[(F(t_1, t_0)x^0, w) + \int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u(t), w)dt + \int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)q(t), w)dt] \tag{5}$$

формулага эга бўламиз.

Оптималлик шартлари. Энди қуйидаги функционални қараймиз:

$$\mu(x^0, u, w) = (F(t_1, t_0)x^0, w) + \int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u(t), w)dt + \int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)q(t), w)dt\,. \tag{6}$$

(5) формулани ҳисобга олиб, (2) терминал функционални қуйидаги шаклда ёзиш мумкин:

$$g(x(t_1, x^0, u)) = \max_{w\in coW} \mu(x^0, u, w)\,. \tag{7}$$

Бундан кейин $v = (x^0, u)$, $V = D \times U(T)$ белгилашдан фойдаланамиз. Шунга кўра (6) функционални $\mu(x^0, u, w) = \mu(v, w)$ каби ёзамиз. Бу функционални минималлаштириш масаласи учун эгар нуқта тушунчаси муҳим. Қавариқ тахлилдан маълумки, агар барча $(v, w) \in V \times coW$ учун

$$\mu(v^*, w) \le \mu(v^*, w^*) \le \mu(v, w^*)$$

тенгсизлик ўринли бўлса, $(v^*, w^*) \in V \times coW$ нуқтага $\mu(v, w)$ функционалнинг эгар нуқтаси деб айтилади [7]. Қавариқ тахлил натижаларга асосан $(v^*, w^*) \in V \times coW$ нуқта $\mu(v, w)$ функционалнинг эгар нуқтаси бўлиши учун

$$\max_{w\in coW} \mu(v^*, w) = \min_{v\in V}\max_{w\in coW} \mu(v, w)\,,\ \min_{v\in V} \mu(v, w^*) = \max_{w\in coW}\min_{v\in V} \mu(v, w)\,,$$

$$\min_{v\in V}\max_{w\in coW} \mu(v, w) = \max_{w\in coW}\min_{v\in V} \mu(v, w)$$

шартларнинг бажарилиши зарур ва етарлидир[7].

(5) функционал учун (7) формуладан ва (6) функционалнинг эгар нуқтаси шартларидан фойдаланиб, (3) масалада оптималликнинг зарурий ва етарли шартларига эга бўламиз.

Теорема. (3) масалада $u^* \in U(T)$ бошқарув ва $x^{0^*} \in D$ бошланғич нуқтанинг оптимал бўлиши учун шундай $w^* \in coW$ нуқта топилиб, қуйидаги

$$\mu(x^{0^*}, u^*, w^*) = \max_{w \in coW} \mu(x^{0^*}, u^*, w),$$

$$\min_{x^0 \in D}(F(t_1, t_0)x^0, w^*) = (F(t_1, t_0)x^{0^*}, w^*)\,, \tag{8}$$

$$\min_{u \in U}(F(t_1, t)B(t)u, w^*) = (F(t_1, t)B(t)u^*(t), w^*),\ t \in T. \tag{9}$$

шартларнинг бажарилиши зарур ва етарлидир.

Натижа ва хулосалар. Олинган оптималлик шартларидан фойдаланиш имкониятини ўрганиш мақсадида ушбу

$$\gamma(w) = \min_{\xi \in D}(F(t_1, t_0)\xi, w) + \int_{t_0}^{t_1} \min_{u \in U}(F(t_1, t)B(t)u, w)dt + \int_{t_0}^{t_1}(F(t_1, t)q(t), w)dt. \tag{10}$$

функционални қараймиз. Келтирилган теоремадан келиб чиқувчи қуйидаги тасдиқни келтирамиз.

Натижа. Айтайлик, $u^* \in U(T)$ – оптимал бошқарув, $x^{0^*} \in D$ – оптимал бошланғич нуқта бўлсин. У вақтда

$$\gamma(w^*) = \max_{w \in coW} \gamma(w) \tag{11}$$

муносабатни қаноатлантирувчи ихтиёрий $w^* \in coW$ нуқта учун (8),(9) шартлар бажарилади.

(10) кўринишаги $\gamma(w)$ функциянинг ҳар бир $w^* \in coW$ глобал минимум нуқтасида $w^* \neq 0$ шарт $\max_{w \in coW} \gamma(w) > 0$ бўлгандагина ўринли бўлади. Бу эса келтирилган (8), (9) шартлардан фойдалана олиш учун муҳим хулосалардан биридир. Булардан келиб чиқадики, (3) масала ечимини топиш учун дастлаб

$$\gamma(w) \to \max,\ w \in coW\,. \tag{12}$$

кўринишдаги оптималлаш масаласини ҳал этиш керак бўлади. Бу (12) масала эса ботиқ функцияни coW қаварик компакт тўпламда минималлаштириш масаласи бўлиб, у математик дасурлаш усуллари ёрдамида ҳал этилади [2].

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати:

1. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. – М.: Наука, 1979;
2. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. М.: Мир, 1982;
3. Демьянов В.Ф., Рубинов А.М. Основы негладкого анализа и квазидифференциальное исчисление. – М.: Наука, 1990;
4. Конюховский П. В. Математические методы исследования операций в экономике. - СПб: Питер, 2000;
5. Кейн В.Н. Оптимизация систем управления по минимаксному критерию. – М.: Наука, 1985;
6. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ. – М.: Наука, 1988;
7. Пшеничнқй Б.Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи. -М.:Наука, 1980;
8. Отакулов С., Хайдаров Т.Т. Негладкая задача оптимального управления для динамической системы с параметром. Central Asian Journal of Theoretical and Applied Sciences.Vol. 2, Issue 10, 2021. pp. 132-138;
9. Отакулов С. Задачи управления ансамблем траекторий дифференциальных включений. Монография. LAP: Lambert Academic Publishing, 2019.