LOKAL MODUL UZLUKSIZLIK

A.O.Musayev
O'zMU Jizzax filiali "Amaliy matematika" kafedrasi dotsenti
M.Sh.Boboqulova
O'zMU Jizzax filiali "Amaliy matematika" kafedrasi magistranti

Annotatsiya: *Ushbu maqolada funksiya uzluksizlik moduli, funksiyaning local uzliksizlik moduli va ularning η – atrofi ko`rilgan.*

Kalit so'zlar: *majoranta va minoranta, Lipshis – Gyolder sinflari, funksiya uzluksizlik moduli, funksiyaning lokal uzluksizlik moduli, nuqtaning η – atrofi.*

Uzluksizlik moduli klassik tushunchlardan bo'lib, unng asosiy xossalari Valli Puassonning monografiysida keltirilgan ($[1]$ 1919).

Funksiyalarni taqqoslashda majoranta va minoranta tushunchalaridan foydalaniladi.

Ta'rif. *Agar biror $[a, b)$ oraliqning barcha x nuqtalari uchun*

$$f(x) < g(x) \ \ \big(f(x) > g(x)\big)$$

tengsizligi bajarilsa, u holda $g(x)$ funksiya $f(x)$ funksiyaning majoranti (minoranti) deyiladi.

Odatda funksiyalarni uzluksizlik, silliqlik va approksimativ xossalari bo'yicha sinflarga ajratishda majorantalardan foydalaniladi. Eng soddasi, darajali majorantalar orqali aniqlanadigan Lipshis – Gyolder sinflaridir.

Ma'lumki, haqiqiy yarim o'qda aniqlangan va koordinata boshida nolga aylanuvchi yarim additiv, uzluksiz, kamayuvchi tekis uzluksiz funksiya uzluksizlik moduliga ega.

C.N.Nikolskiy ($[2]1946$) bu tasdiqning teskarisini isbotlaydi: yuqorida keltirilgan xossalarga ega bo'lgan har qanday funksiya uzluksizlik moduli bo'ladi.

Shuning uchun ham uzluksizlik moduli funksiyaning xarakteristikasi sifatida qabul qilinadi. Ular orqali uzluksiz funksiyalarni sinflarga ajratish nafaqat haqiqiy yarim o'qda, balki boshqa fazolarda ham qo'llaniladi.

Ta'rif. *Agar $\omega: R_+ \to R$ funksiya*

1. *O'suvchi $(\omega \uparrow)$*
2. *Poliadditiv, ya'ni $\forall x_1, x_2 \in R_+: \omega(x_1 + x_2) \le \omega(x_1) + \omega(x_2)$*
3. *$x \to 0$ dagi limiti nolga teng:*

$$\lim_{x\to 0} \omega(x) = 0$$

shartlarni qanoatlantirsa, u holda bu funksiya uzluksislik moduli deyiladi.

Barcha uzluksislik modullari to'plamini MH belgilaylik. $d \in (0, +\infty]$ bo'lsin.

$\varphi: (0, d] \cap R_+ \to R$ funksiya uzluksislik modulining 1,3 – shartlarini va $2'. \frac{\varphi(x)}{x} \downarrow$ shartni qanoatlantirsin. Bunday funksiyalar to'plamini quyidagicha belguilaymiz $\Phi \stackrel{\text{def}}{=} \Phi_{(0,d]}$.

Faraz qilayik, $\varphi \in \Phi, x_1, x_2 \in R_+$ bo'lsin. U holda

$$\varphi(x_1 + x_2) = \frac{x_1 \varphi(x_1 + x_2)}{x_1 + x_2} + \frac{x_2 \varphi(x_1 + x_2)}{x_1 + x_2} \le \varphi(x_1) + \varphi(x_2)$$

bo'lgani uchun $\varphi \in MH$. Shunday qilib, $\Phi \subset$ MH.

Faraz qilaylik, E - niqtalar to'plami bo'lsin va $f \in C(E)$ bo'lsin. Quyidagi belgilashni kiritaylik

$$\omega_f(\delta)_E = \sup_{\substack{|z_1 - z_1| \le \delta \\ z_1, z_1 \in E}} |f(z_1) - f(z_2)|, \delta > 0.$$

Endi E to'plamdan z_0 nuqtani belgilab olib quyidagi funksiyani qaraymiz

$$\omega_f^{z_0}(\delta,\eta)_E = \sup_{\substack{|z_1 - z_1| \leq \delta \\ z_1, z_1 \in E \cap O_\eta(z_0)}} |f(z_1) - f(z_2)|, \delta > 0, \eta > 0.$$

bu erda $O_\eta(z_0)$ to'plam z_0 nuqtaning η - atrofi bo'lib quyidagicha aniqlangan

$O_\eta(z_0) \stackrel{\text{def}}{=} \{z: |z - z_0| < \eta\}.$

$\omega_f(\delta)_E$ - funksiyani E to'plamdagi f funksiyaning uzluksizlik moduli deyiladi.

$\omega_{f|\partial E}(\delta)_E$ - funksiyani esa E to'plamning chegarasidagi f funksiyaning uzluksizlik moduli deyiladi.

Xuddi shunday tushunchalarni lokal uzluksizlik moduli uchun ham kiritish mumkin, ya'ni

$\omega_f^{z_0}(\delta)_E$ funksiyani E to'plamdagi f funksiyaning lokal uzluksizlik moduli deyiladi.

$\omega_{f|\partial E}^{z_0}(\delta)_{\partial E}$ – funksiyani esa E to'plamning chegarasidagi f funksiyaning local uzluksizlik moduli deyiladi. Ko'rinib turibdiki har qanday η uchun

$\omega_f^{z_0}(\delta)_E \leq \omega_f(\delta)_E.$

Agar E - chegaralangan to'plam va $d = diamE$ bo'lsa, u holda

$\omega_f^{z_0}(\delta)_E = \omega_f(\delta)_E.$

Ma'lumki, $f \in C(E)$ funksiya uchun $\omega_f(\delta)_E$ xarakteristika, umuman olganda uzluksizlik moduli bo'la olmaydi va hech qanday uzluksizlik moduliga ekvivalent emas. Shuning uchun S.B.Stechkinning berilgan xossalar bo'yicha eng yaxshi mojornta konstruksiyasini qo'llaymiz:

$\omega_f(z_0; \delta, \eta)_E = \delta \sup_{\xi \geq \delta} \xi^{-1} \omega_f^{z_0}(\delta)_E, \delta > 0, \eta > 0.$

Ko'rinib turibdiki

$\omega_f^{z_0}(\delta)_E \leq \omega_f(z_0; \delta, \eta)_E, \delta > 0, \eta > 0,$

bundan tashqari, agar $0 < \delta \leq 2\eta$ lar uchun

$\bar{\omega}_f(z_0; \delta, \eta)_E = \delta \sup_{\delta \leq \xi \leq 2\eta} \xi^{-1} \omega_f^{z_0}(\delta)_E$

aniqlansa, u holda $0 < \delta \leq 2\eta$ larda

$\bar{\omega}_f(z_0; \delta, \eta)_E = \omega_f(z_0; \delta, \eta)_E$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Bu kabi masalalarni A.O.Musayev([3], [4]) qaragan.

Foydalanilgan адабиётлар ro'yxati:

4. Vallee Poussin Ch., de la. Lecons sur l'approximation des functions d'une variable reelie. Paris, 1919.

5. Никольский С.М., Ряды Фурье функций с данным модулем непрерыности, ДАН 52 (1946), 191-194 стр.

6. Мусаев А.О. О некоторых вопросах локализованной аппроксимации в комплексной плоскости., канд.диссю. г.Баку, 1987 г.

7. Musayev A.O. Локал узлуксизлик модули ва унинг баъзи хоссалари. Сборник научных трудов Республиканской научно – технической конференции. "Проблемы внедрения инновационных, проектов и технологий в производство" 15-16 мая 2009 г. Джизак ,2009 г. 244-246 с

UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTAB O'QUVCHILARIDA FUNKSIONAL MATEMATIK SAVODXONLIKNI RIVOJLANTIRISH ZARURATI HAQIDA