yo'riqlari va bolalarning kichik guruhlardagi o'quv hamkorligini tashkil etish, guruhni o'qituvchiga savollar berishda tashabbus ko'rsatishga undash orqali ta'minlanadi. Yuqori sinfda o’quvchi o'quv faoliyatini imkon qadar mustaqil ravishda amalga oshirishga qodir bo'ladi, agar kerak bo'lsa, u o'z tengdoshlari va o'qituvchi bilan o'zini rivojlantirish, individual ta'lim tashabbusini ko'rsatish, o'qituvchining pozitsiyasini egallash uchun o'zaro munosabatlarni qurishi mumkin[3].

Turli ta’lim bosqichlarida matematik ta’limning yuqori darajasining asosini kengroq ma’noda yosh avlodning matematik savodxonligi tashkil etadi. Shu bois maktab o‘quvchilarini matematika savodxonligi bilan ta’minlash maktabdagi matematika ta’limining sifat omilini ta’minlashning ustuvor yo‘nalishi hisoblanadi. Kengroq ma'noda matematik savodxonlik tushunchasi 20-asr oxirida o’quvchilar yutuqlarini baholash xalqaro assotsiatsiyasi (IEA) tadqiqotlarida shakllana boshladi. Ushbu tadqiqotlarda matematik savodxonlik "o'rta maktab bitiruvchilarining hayotiy muammolarni hal qilishga tayyorligi, ularni hal qilish uchun ma'lum matematik bilimlardan foydalanish kerakligi" tushunilgan.

“Savodxonlik” atamasining o‘zi bu tadqiqotda o‘ziga xos mazmunga ega. Bu yerda savodxonlik deganda bu bilimlarni maktab o‘quv dasturi talablari doirasida o‘zlashtirish emas, balki matematik bilim va ko‘nikmalardan funksional foydalana olish tushuniladi va bu qobiliyatni "funksional matematik savodxonlik" deb atash mumkin.

Hozirgi kunda maktab o’quvchilarining funksional matematik savodxonligini oshirish orqali ularda faqat matematik bilim va qonuniyatlarni o’rganibgina qolmasdan balki, o’rganilgan bilimlarini kundalik hayotda duch keladigan muammolarni matematik yo’l bilan hal qilishi, o‘zi yashayotgan dunyoda matematikaning o‘rnini aniqlash va tushunish, asosli matematik mulohazalarni ifodalash va matematikadan kundalik hayotda foydalanish qobiliyati shakllanadi. Funksional matematik savodxonlikning muhim tarkibiy qismi matematikadan turli vaziyatlarda foydalanish hisoblanadi. Ya’ni o‘quvchilarda matematika kundalik ehtiyojlardan yiroq, degan taassurot qolmasligi uchun matematik sezgi va bilimlardan turli vaziyatlarda foydalanish kerak. Agar matematikani o'qitish faol bilimli fuqaroni tayyorlash bo'lsa, u atrof-muhitning ifloslanishi, transport oqimlari, atmosfera ifloslanishi va boshqalar kabi zamonaviy hodisalar bilan kurashishga tayyor bo'lishi kerak.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

1. Кагазбаева А.К. Методика конструирования тестовых заданий по математике в контексте с международными исследованиями PISA. Методическое пособие. -Актобе: ред.-изд.отдел филиала АО НЦПК «Өрлеу», 2015-120 с.

2. Ковалева Г.С., Красновский Э. А., Краснокупитская Л. П., Краснянская К. А. Международная программа PISA. Примеры заданий по чтению, матнматике и естествознанию. Центр оценки качества образования ИОСО РАО. Москва- 2000 г, 99 ст.

3. Parmanov A.A. Matematika fanidan PISA xalqaro tadqiqotlari natijadorligini oshirishda malaka oshirish kurslarining o’rni. Innovative approach to the system of teacher training: international experience and future strategies. Guliston. 2022 yil.

S.N. BERNSHTEYNNING LOKAL TENGSIZLIGI

Musayev Abdumannon Ochilovich
O‘zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali
“Amaliy matematika” kafedrasi dotsenti

Annotatsiya: *Ushbu maqolada S.N. Bernshteyn tengsizliginig biror tayin nuqta atrofidagi lokal analogi isbotlangan.*

Kalit so'zlar: *Trigonometrik ko'phad, trigonometrik ko'phad ildizlari, nuqtaning η – atrofi, ikki karrali maxsus integral.*

1961-yil nashr etilgan N.K.Barining "Тригонометрическй ряды" monografiyasida trigonometrik ko'phadlar uchun S.N.Bernshteyn tengsizligi deb ataluvchi teorema keltiradi (47 bet).

Teorema *(S.N. Bernshteyn [1]). Agar $T_n(x)$- tartibi n dan katta bo'lmagan trigonometrik ko'phad bo'lib va ixtiyoriy$x \in [0,2\pi]$ uchun*

$$|T_n(x)| \leq M$$

tengsizligi bajarilsa, u holda $x \in [0,2\pi]$ uchun

$$|T_n'(x)| \leq M \cdot n$$

tengsizlik o'rinli.

I.I. Privalov[3] quyidagi

$$\|T_n'\|_{C([a',b'])} \leq C(a',b')\|T_n\|_{C([a,b])}$$

tengsizligini isbotlagan, bu yerda $\forall[a',b'] \subset [a,b]$ va o'zgarmas son C faqat a',b' larga bog'liq. Bu tengsizlik S.N.Bernshteyn tengsizliginig local analogi deyiladi.

D. Jackson [4] bu tengsizlikni I.I.Privalovga bog'liq bo'lmagan holda qayta isbotlagan.

$x_0 \in [0,2\pi]$ berilgan nuqta. Quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$O_\eta(x_0) \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in [0,2\pi]: |x - x_0| < \eta\}, (\eta \leq \pi)$$

Odata bu to'plam x_0 nuqtaning "η – atrofi" deyiladi.

Bu maqolada quyidagi teorema isbotlangan.

Теорема. *Agar $T_n(x)$- tartibi n dan katta bo'lmagan trigonometrik ko'phad bo'lib va ixtiyoriy $x \in O_\eta(x_0)$ uchun*

$$|T_n(x)| \leq M$$

tengsizligi bajarilsa, u holda $x \in O_\eta(x_0)$ uchun

$$|T_n'(x)| \leq const \cdot M \cdot \frac{n}{\eta}$$

tengsizlik o'rinli, bu yerda o'zgarmas son n, η - larga bog'liq emas.

Bu teoremani isbotlashdan oldin quyidagi lemmani isbotlaymiz.

Лемма. *Agar $T_n(x)$- tartibi n dan katta bo'lmagan trigonometrik ko'phad bo'lib va ixtiyoriy $x \in O_\eta(x_0)$ uchun*

$$|T_n(x)| \leq M$$

va shunday $\bar{x} \in O_\eta(x_0)$ *topilib* $T_n(\bar{x}) = M$ *bo'lsa, u holda* $-\frac{\eta}{n} \le t \le \frac{\eta}{n}$ *lar uchun*

$$T_n(\bar{x}+t) \ge M\cos\frac{n}{\eta}t$$

tengsizligi o'rinli.

Isbot. Quyidagi belgilashni kiritamiz

$$\psi_n(t) \stackrel{\text{def}}{=} T_n(\bar{x}+t) - M\cos\frac{n}{\eta}t$$

va faraz qilaylik, lemma o'rinli bo'lmasin. U holda shunday $t_0 \in \left(-\frac{\eta}{n}, \frac{\eta}{n}\right)$ topiladiki $\psi_n(t_0) = T_n(\bar{x}+t_0) - M\cos\frac{n}{\eta}t_0 > M\cos\frac{n}{\eta}t_0 - M\cos\frac{n}{\eta}t_0 = 0$, ya'ni

$\psi_n(t_0) > 0$.

Faraz qilaylik, $0 < t_0 < \frac{\eta}{n}$ (agar $-\frac{\eta}{n} < t_0 < 0$ bo'lsa, u holda $(0,\eta)$ o'rniga $(-\eta, 0)$ oraliqni qaraymiz) bo'lsin. $\psi_n(t)$ funksiya tartibi n dan katta bo'lmagan trigonometrik ko'phad bo'lib, $(0,\eta)$ oraliqda $2n$ dan ko'p bo'lmagan ildizlarga ega. Yuqoridagi farazimizga ko'ra $\psi_n(t)$ funksiya $2n+1$ dan ko'p bo'lmagan ildizlarga ega ekanligini ko'rsatamiz. Haqiqatdan ham, ixtiyoriy k lar uchun quyidagi munosobat o'rinli:

$$\psi_n\left(\frac{k\eta}{n}\right) = T_n\left(\bar{x}+\frac{k\eta}{n}\right) - M\cos\frac{n}{\eta}\cdot\frac{k\eta}{n} = T_n\left(\bar{x}+\frac{k\eta}{n}\right) - M\cos k \le M(1-\cos k)$$

Agar $\cos k \ne 1$ bo'lsa, u holda $\psi_n\left(\frac{k\eta}{n}\right) < 0$, agar $\cos k = 1$ bo'lsa, u holda $\psi_n\left(\frac{k\eta}{n}\right) = 0$ bo'ladi. Demak ixtiyoriy k lar uchun $\psi_n\left(\frac{k\eta}{n}\right) \le 0$ va

$\psi_n(t_0) > 0$, shuning uchun $\left[t_0, \frac{\eta}{n}\right]$ kesmada $\psi_n(t)$ funksiya ildizga ega. Bundan tashqari $(0,\eta)$ oraliqda yotuvchi har bir $\left[\frac{k\eta}{n}, \frac{(k+1)\eta}{n}\right]$ $(k = 1,2,\ldots,2n-2)$ kesmalarda bittadan ildizlar mavjud, chunki kesma chetlarida har xil ishoralarga ega yoki nolga teng. Shunday qilib, $\psi_n(t)$ funksiya $2n-1$ dan kam bo'lmagan ildizlari borligini bildik. Bundan tashqari $t = 0$ da karrali ildizi mavjud, ya'ni

$$\psi_n(0) = T_n(\bar{x}+0) - M\cos\frac{n}{\eta}0 = T_n(\bar{x}) - M = 0$$

va

$$\psi_n'(t) = T_n'(\bar{x}+t) - \frac{n}{\eta}M\sin\frac{n}{\eta}t$$

ifodada $\bar{x}$ nuqta $T_n(x)$ funksiyaning maksimum nuqtasi bo'lganligi uchun

$T_n'(x) = 0$. Demak, $\psi_n'(t) = 0$.

Shunday qilib, $\psi_n(t)$ trigonometrik ko'phad $2n+1$ ta ildizlarga ega, bu esa qarama-qarshilikka olib keladi. Lemma isbotlandi.

Endi teoremani isbotlaymiz. Teorema shartiga ko'ra $\forall x \in O_\eta(x_0)$ uchun

$|T_n(x)| \le M.$

Quyidagicha belgilash kiritamiz

$\mu \stackrel{\text{def}}{=} max|T_n'(x)|.$

Faraz qilaylik, $O_\eta(x_0)$ to‘plamda shunday $\bar{x}$ nuqta mavjudki, bu nuqtada $T_n(x)$ trigonometrik ko‘phad maksimumga erishsin, ya’ni

$|T_n'(x)| = \mu.$

U holda yuqorida isbot qilingan lemmaga asosan $-\frac{\eta}{n} < t < \frac{\eta}{n}$ tengsizligini qanoatlantiruvchi t lar uchun quyidagi tengsizlik o‘rinli:

$$T_n(\bar{x}+t) \ge M\cos\frac{n}{\eta}t.$$

Unda

$$T_n\left(\bar{x}+\frac{\eta}{2n}\right) - T_n\left(\bar{x}-\frac{\eta}{2n}\right) = \int_{-\frac{\eta}{2n}}^{\frac{\eta}{2n}} T_n'(\bar{x}+t)\,dt \ge \mu \int_{-\frac{\eta}{2n}}^{\frac{\eta}{2n}} \cos\frac{n}{\eta}t\,dt =$$

$$= \mu\frac{\eta}{n}\left(\sin\frac{n}{\eta}t\right)\Big|_{-\frac{\eta}{2n}}^{\frac{\eta}{2n}} = \mu\frac{\eta}{n}\left[\sin\frac{n}{\eta}\frac{\eta}{2n} - \sin\frac{n}{\eta}\left(-\frac{\eta}{2n}\right)\right] = \mu\frac{\eta}{n}\left[\sin\frac{1}{2}+\sin\frac{1}{2}\right] =$$

$$= C\cdot\mu\frac{\eta}{n}.$$

Bu erdan

$$\mu \le \frac{1}{\mathrm{C}}\cdot\frac{n}{\eta}\left[T_n\left(\bar{x}+\frac{\eta}{2n}\right) - T_n\left(\bar{x}-\frac{\eta}{2n}\right)\right].$$

Biroq, $\forall x \in O_\eta(x_0)$ uchun $|T_n(x)| \le M$ ekanliligini e’tiborga olsak quyidagini olamiz

$$\mu \le \frac{1}{\mathrm{C}}\cdot\frac{n}{\eta}2M.$$

Shunday qilib,

$$|T_n'(x)| \le const\cdot M\cdot\frac{n}{\eta},$$

bu yerda o‘zgarmas son n, η - larga bog‘liq emas.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

8. Н.К.Бари. Тригонометрические ряды, Гос.издат.Физ-мат. Москва, 1961, 936 стр.

9. С.Н.Бернштейн. О наилучшем приближении непрерывных функций посредством многочленов данной степени, Сообщ. Харьк. Математич. о-ва (2),13 (1912), 49-144 стр.
10. И.И.Привалов. Интеграл Cauchy, Саратов, 1919.
11. Jackson D., A generalized problem in weighted approximation, Trans. Amer. Math. Soc., 26 (1924), 133-154.

IKKI O‘ZGARUVCHILI FUNKSIYANING UZLUKSIZLIK MODULI

Musayev Abdumannon Ochilovich
O‘zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali
“Amaliy matematika” kafedrasi dotsenti
Egamqulov Zafar Andaqulovich
O‘zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali
“Amaliy matematika” yo‘nalishi magistranti

Annotatsiya: *Ushbu maqolada ikki o’zgaruvchili funksiyaning uzluksizlik moduli tushunchasi kiritilgan va uning ba’zi xossalari o’rganilgan.*

Kalit so’zlar: *Lipshis – Gyolder sinflari, funksiya uzluksizlik moduli, funksiyaning lokal uzluksizlik moduli, nuqtaning η – atrofi, ikki karrali maxsus integral.*

1. Gyolder shartini qanoatlantiruvchi funksiyalar

Odatda Koshi tipidagi integralni integrallash chizig’ida o’rganish uchun yordamchi funksiyalar sinfi qaraladi.

t argumenti haqiqiy yoki kompleks bo’lgan $\varphi(t)$ funksiya berilgan. Ma’lumki, funksiya uzluksiz bo’lishi uchun, $|t_1 - t_2|$ yetarlicha kichik bo’lganda $|\varphi(t_1) - \varphi(t_2)|$ ni istalgancha kichik qilib olinadi, boshqacha qilib aytganda argument va funksiyalarning orttirmalari bir vaqtda nolga intiladi.

Bu ta’rifda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining kichiklik tartibi qaralmagan. Nisbatning tartibi har qanday bo’lishi mumkin. Biroq, funksiyaning ko’pgina xossalari funksiya uzluksizlik modulining tartibi bilan bog’liq. Suning uchun, uzluksiz funksiyalar sinfi uzluksizlik modulining kichiklik tartibiga bog’liq sinflarga ajratiladi.

Uzluksizlik moduli ko’rsatkichli funksiya bo’lganda argument orttirmasiga nisbatining tartibi muhum funksiyalar sinfini aniqlaydi. Sunday funksiyalar sinfiga ta’rif beramiz. Uzluksizlik moduli klassik tushunchalardan bo’lib, unng asosiy xossalari Valli Puassonning monografiyasida keltirilgan ([1]).

L - silliq chiziq va unda aniqlangan $\varphi(t)$ funksiya berilgan.

Ta’rif.([2]). *$\varphi(t)$ funksiya L – chiziqda Gyolder shartini qanoatlantiradi deyiladi, agar $\forall t_1, t_2 \in L$ lar uchun*

$$|\varphi(t_2) - \varphi(t_1)| < A|t_1 - t_2|^{\alpha}, \qquad (1)$$

*tengsizligi bajarilsa, bu erda A va α lar musbat sonlar. A - **Gyolder o’zgarmasi**, α - esa **Gyolder ko’rsatkichi** deyiladi.*

Odatda Gyolder sharti qanoatlantiruvchi funksiyalar sinfi H_α kabi belgilanadi. Masalan, $H_\alpha(L) \overset{\text{def}}{=} \{\varphi \in C(L): |\varphi(t_2) - \varphi(t_1)| < A|t_1 - t_2|^{\alpha}, (0 < \alpha \leq 1)\}$.

Agar $\alpha > 1$ bo’lsa, u holda (1) dan $\varphi'(t) = 0$, bundan esa $\varphi(t) = const$. Shuning uchun $0 < \alpha \leq 1$ deb hisoblanadi. Agar $\alpha = 1$ bo’lsa, ya’ni
$|\varphi(t_2) - \varphi(t_1)| < A|t_2 - t_1|$
shart Lipshis sharti deyiladi.