$y_4=y_3+\Delta y_3=1{,}85895+0{,}4219=2{,}28085;$

Hisoblangan ma'lumotlarni jadvalda keltiramiz:

i	x_i	y_i –Eyler usulida	y_i –Eyler-Koshi usulida	Farqi
1	0,1	1,2	1,2205	0,0205
2	0,2	1,441	1,49155	0,05055
3	0,3	1,733	1,85895	0,12595
4	0,4	2,0886	2,28085	0,19225

Jadvaldan ko'rinadiki, berilgan oraliqdagi x_i qiymatlariga mos Eyler va Eyler-Koshi usullarida topilgan y_i taqribiy yechimlarning farqi 0,2 dan ortmaydi[2].

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Isroilov M.I. Hisoblash metodlari. Toshkent, O'qituvchi, 1-qism, 2003, 2-qism, 2008.
2. Aloyev R.D., Xudoyberganov M.O'. Hisoblash usullari kursidan laboratoriya mashg'ulotlari to'plami. O'zMU . O'quv qo'llanma . 2008 y. 110 b.
3. Xandamov, Y. (2020). Система моделирования разрешения и совершенствования непрерывного образования. Архив Научных Публикаций JSPI.

NOANIQLIK SHAROITIDAGI BOSHQARUV TIZIMI UCHUN SILLIQMAS TERMINAL FUNKSIONALNING XOSSALARI

[1]Otakulov Salim, [2]Murotboyev Mirjalol Baxtiyor o'g'li

[1]Fizika-matematika fanlari doktori, professor, Jizzax politexnika instituti

[2]O'zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali magistranti

Annotatsiya: *Ishda chiziqli dinamik tizimni tashqi ta'sir parametrlari noaniqligi sharoitida optimal boshqarish masalasi modeli qaralgan. Shu modelda maximin tipdagi silliqmas terminal funksionalning ba'zi xossalari o'rganilgan.*

Kalit so'zlar: *boshqaruv tizimi modeli, noaniqlik sharoiti, terminal funksional, silliqmas masala, optimal boshqaruv.*

Boshqaruvning amaliy masalalari modellashtirilganda o'lchash xatolari, tashqi kuchlar ta'siri, axborotning kechikishi va noaniqligi kabi bir qator muhim omillarni hisobga olish zarur bo'ladi. Amaliyot uchun muhim ahamiyatga ega bunday modellar tadqiqi noaniqlik sharoitidagi optimal boshqarish masalalari matematik nazariyasining rivojlanishiga olib keldi [1,2,3].

Noaniqlik sharoitidagi tizimlarni boshqarish masalalarida asosiy yondashuvlardan biri – sifat mezonining kafolatlangan qiymatiga erishish maqsadining qo'yilishidan iborat. Bu esa minimaksli meson bo'yicha optimal boshqarishga, ya'ni boshqarish sifatini miqdoriy baholovchi maqsad funsionalining maksimumini minimallash masalasiga olib keladi [4,5]. Ushbu tipdagi masalalarga xos muhim belgi – maqsad funsionalining silliqmasligidir. Bunday modellarga oid tadqiqotlar natijasida silliqmas optimal boshqaruv masalalarini yeshish usullari rivojlanmoqda [1-7].

2. Minimaksli masalaning qo'yilishi. R^n – n-o'lchamli $x=(x_1,...,x_n)$ vektorlar Yevklid fazosi, $(x,y)=\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ – bu fazoda vektorlar skalyar ko'paytmasi, $\|x\|=(\sum_{i=1}^{n} x_i^2)^{\frac{1}{2}}$ – $x\in R^n$ vektorning normasi bo'lsin. Holat vektori $x\in R^n$ bo'lgan ob'ektining harakati

$$\dot{x}=A(t)x+B(t)u+C(t)v,\ t\in[t_0,t_1] \tag{1}$$

ko‘rinishdagi vektorli differensial tenglama bilan berilgan deb hisoblaymiz, bu yerda $A(t)-n\times n-$matritsa, $B(t)-n\times m-$matritsa, $C(t)-n\times k-$matritsa, $u\in R^m-$ boshqaruv vektori, $v\in R^k-$ noaniq tashqi ta’sirlar parametri. Tashqi ta’sirlar parametri haqida axborot minimal, ya’ni faqat $v\in W$, W – berilgan qavariq va kompakt to‘plam ekanligi ma’lum. Shuning uchun mumkin bo‘lgan tashqi ta’sirlar W to‘plamdan qiymatlar qabul qiluvchi barcha $v=v(t)$, $t\in T=[t_0,t_1]$ o‘lchovli va chegaralangan funksiyalarning $W(T)$ to‘plamini tashkil etadi deb hisoblaymiz.

$U(T)$ *joyiz boshqaruvlar* to‘plami qavariq va kompakt U to‘plamdan qiymatlar qabul qiluvchi $u=u(t)$, $t\in T$ o‘lchovli funksiyalardan iborat bo‘lsin. Agar $A(t)$, $B(t)$ va $C(t)$ matritsalar elementlari $T=[t_0,t_1]$ oraliqda o‘lchovli (masalan, uzluksiz yoki bo‘lakli uzluksiz) bo‘lsa, u holda differensial tenglamalar nazariyasiga ko‘ra, har bir $u\in U(T)$, $v\in W(T)$ va $x(t_0)=x^0$ boshlang‘ich shartga mos ravishda (1) boshqaruv tizimining yagona $x(t)=x(t,x^0,u,v)$ absolyut uzluksiz yechimi – traektoriyasi mavjud bo‘ladi.

Qaralayotgan (1) tizimda boshqaruv sifatini miqdoriy baholash uchun $x(t)=x(t,x^0,u,v)$ traektoriyalarda aniqlangan.

$$g(x(t_1,x^0,u,v))=\min_{i=\overline{1,v}}(l_i,x(t_1,x^0,u,v)) \qquad (2)$$

ko‘rinishdagi terminal funksionalni qaraymiz , bu yerda $l_i\in R^n$, $i=\overline{1,v}$ - berilgan vektorlar. (1) tizim uchun x^0 boshlang‘ich nuqta ham noaniq, ya’ni faqat $x^0\in D$ shart ma’lum bo‘lsin, bunda $D\subset R^n-$ biror kompakt to‘plam. Shuning uchun (1) tizimda boshqaruvni (2) terminal funksional asosida baholashda *boshqaruv mezoni* sifatida

$$J(u)=\max_{x^0\in D}\max_{v\in W(T)} g(x(t_1,x^0,u,v)) \qquad (3)$$

maqsad funksionaliga kelamiz. (2) funksional ko‘rinishini hisoga olsak, (3) – maximin tipdagi funksionaldan iborat. Quyidagi optimal boshqaruv masalasini qaraymiz: *shunday* $u^*\in U(T)$ *joyiz boshqaruvni topish talab etiladikii, bu boshqaruvda (3) funksional o‘zining minimal qiymatiga erishsin:* $J(u^*)=\min_{u\in U(T)} J(u)$. Bu minimallashtitish masalasida (3) funksional maksimum va mnimum amallari orqali aniqlanmoqda. Shuning uchun uni silliqmas *optimal boshqaruv* masalalari sinfiga oid deb hisoblash mumkin.

3. Erishsh to‘plami uchun Koshi formulasi. $F(t,\tau)$ $n\times n-$matritsa (1) chiziqli tizimga mos bir jinsli tizim fundamental yechimlar matritsasi bo‘lsin. $F(t,\tau)$ matritsa har bir argumenti bo‘yicha uzluksiz differensiallanuvchi va u

$$\frac{\partial F(t,\tau)}{\partial t}=A(t)F(t,\tau), \quad t,\tau\in T,\ F(\tau,\tau)=E$$

tengliklarni qanoatlantiradi. Ma’lumki [1] $F(t,\tau)$ fundamental matritsa yordamida (1) tizimning $x(t,x^0,u,v)$ trayektoriyasi

$$x(t,x^0,u,v)=F(t,t_0)x^0+\int_{t_0}^{t}F(t,\tau)B(\tau)u(\tau)d\tau+\int_{t_0}^{t}F(t,\tau)C(\tau)v(\tau)d\tau \qquad (5)$$

Koshi formulasi bilan tasvirlanadi.

Endi (1) tizimning barcha $v\in W(T)$ parametrga mos keluvchi trayektoriyalarining $t=t_1$ momentdagi $x(t_1,x^0,u,v)$ uchlaridan tuzilgan to‘plamni qaraymiz: $X(t_1,x^0,u)=\left\{\xi\in R^n:\xi=x(t_1,x^0,u,v),v\in W(T)\right\}$. Noaniqlik sharoitidagi (1) tizimning har joiz boshqaruvga mos ravishda barcha mumkin bo‘lgan tashqi ta’sirirlar bo‘yicha trayektoriyalari tomonidan erishishilaigan terminal holatlar to‘plami deb tushuniladigan $X(t_1,x^0,u)$ to‘plamni (5) Koshi formulasidan foydalanib tasvirlash mumkin. Haqiqatan ham, agar quyidagi

$$\Phi(t,\tau)=F(t,\tau)C(\tau)W=\left\{\xi:\xi=F(t,\tau)C(\tau)v,v\in W\right\}$$

akslantirishni qarasak, bu akslantirish har bir $(t,\tau)\in T\times T$ nuqtaga R^n fazoning qavariq va kompakt $\Phi(t,\tau)$ to‘plamini mos qo‘yadi. Ko‘p qiymatli akslantirishlar nazariyasiga ko‘ra $\Phi(t,\tau)$ akslantirish har bir argument bo‘yicha uzluksizdir. Endi (5) Koshi formulasidan va $\Phi(t_1,t)=F(t_1,t)C(t)W$ ko‘p qiymatli akslantirish integrali tushunchasidan foydalansak, $X(t_1,x^0,u)$ erishish to‘plami uchun quyidagi Koshi formulasi o‘rinli bo‘ladi:

$$X(t_1,x^0,u)=F(t_1,t_0)x^0+\int_{t_0}^{t_1}F(t_1,t)B(t)u(t)dt+\int_{t_0}^{t_1}F(t_1,t)C(t)Wdt. \tag{6}$$

4. Maqsad funksionalining xossalari. Qo‘yilgan masalani yechishda katta ahamiyatga ega bo‘lgan (2) va (3) funksionallarning xossalarini keltiramiz. Chiziqli funksiyalarning xossalariga ko‘ra

$$\min_{i=\overline{1,v}}(l_i,x)=\min_{l\in coL}(l,x) \tag{7}$$

tenglik bajariladi. Endi $g(x)=\min_{i=\overline{1,v}}(l_i,x)$ funksiya botiqligini va (7) tenglikni hisobga olib, $\max_{\xi\in X(t_1,x^0,u)}g(\xi)=\max_{\xi\in X(t_1,x^0,u)}\min_{i=\overline{1,v}}(l_i,\xi)$ tenglikda minimaks haqidagi teoremani [1,8] qo‘llaymiz. Natijada quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\max_{\xi\in X(t_1,x^0,u)}g(\xi)=\max_{\xi\in X(t_1,x^0,u)}\min_{l\in coL}(l,\xi)=\min_{l\in coL}\max_{\xi\in X(t_1,x^0,u)}(l,\xi). \tag{8}$$

$X(t_1,x^0,u)$ to‘plam uchun (6) formuladan foydalanamiz. U vaqtda

$$\max_{\xi\in X(t_1,x^0,u)}(l,\xi)=(F(t_1,t_0)x^0,l)+\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u(t),l)dt+\int_{t_0}^{t_1}\max_{v\in W}(F(t_1,t)C(t)v,l)dt. \tag{9}$$

Endi (8) va (8) tengliklar asosuda quyidagi tasdiq kelib chiqadi.

Teorema 1. Ixtiyoriy $x^0\in D$ va $u\in U(T)$ uchun ushbu

$$\max_{\xi\in X(t_1,x^0,u)}g(\xi)=\min_{l\in\omega L}[(F(t_1,t_0)x^0,l)+\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u(t),l)dt+\int_{t_0}^{t_1}\max_{v\in W}(F(t_1,t)C(t)v,l)dt], \tag{10}$$

tenglik bajariladi, bu yerda $L=\{l_i : i=\overline{1,v}\}$, $coL-$ L to‘plamning qavariq qobig‘idir.

$X(t_1,x^0,u)$ to‘plamning aniqlanishini hisobga olsak, (2) funksional uchun

$$\max_{v\in W(T)}g(x(t_1,x^0,u,v))=\max_{\xi\in X(t_1,x^0,u)}g(\xi)$$

bajarilishini ko‘ramiz. Natijada, quyidagini olamiz.

Teorema 2. Ixtiyoriy $u\in U(T)$ uchun (3) funksional qiymatlari

$$J(u)=\min_{l\in coL}\left[\max_{\xi\in D}(F(t_1,t_0)\xi,l)+\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u(t),l)dt+\int_{t_0}^{t_1}\max_{v\in W}(F(t_1,t)C(t)v,l)dt\right] \tag{11}$$

formula bilan hisoblanadi.

Teorema 3. (11) formula bilan aniqlanuvchi $J(u)$ funksional $U(T)$ da botiq funksional bo‘ladi.

Haqiqatan ham, ixtiyoriy $u\in U(T)$ va $l\in R^n$ nuqtalarda aniqlangan.

$$\rho(u,l)=\max_{\xi\in D}(F(t_1,t_0)\xi,l)+\int_{t_0}^{t_1}(F(t_1,t)B(t)u(t),l)dt+\int_{t_0}^{t_1}\max_{v\in W}(F(t_1,t)C(t)v,l)dt$$

funksionalini qaraymiz. Bu funksional har bir belgilangan $l\in R^n$ uchun $u\in U(T)$ bo‘yicha chiziqli (demak botiq) funksionaldir. Bundan $J(u)=\min_{l\in\omega L}\rho(u,l)$ funksionalning $U(T)$ da botiq bo‘lishi kelib chiqadi.

5. Xulosa. Ishda noanqlik sharoitidagi chiziqli tizim uchun maximin tipdagi terminal funksionalni optimallashtirish masalasi qaraldi. (6) Koshi formulasi asosida har bir $x^0 \in R^n, u \in U(T)$ uchun $X(t_1, x^0, u)$ erishish to‘plami – R^n fazoning qavariq va kompakt to‘plamidan iboratligi aniqlandi. Shundan foydalanib, masaladagi silliqmas funsional xossalari o‘rganildi. Bunda yordamchi (7) va minimaksli tipdagi $J(u)$ funksional uchun (11) formulalar olindi. Bu tasvirlar yordamida $J(u)$ funksionalning botiqligi ko‘rsatildi. Olingan (11) formula asosida $J(u)$ funksionalning usluksisligini ko‘rsatish va uning yo‘nalishlar bo‘yicha differensiallanuvchanlik shartlarini ham o‘rganish mumkin bo‘ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

1. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условях неопределенности .-М.: Наука, 1977.
2. Черноусько Ф.Л., Меликян А.А. Игровые задачи управления и поиска .-М.:Наука,1978.
3. Кларк Ф. Оптимизация и негладгий анализ.-М.:Наука, 1988.
4. Кейн В.М. Оптимизация систем управления по минимаксному критерию. -М.:Наука, 1988.
5. Otakulov S., Rahimov B. Sh., Haydarov T.T. The nonsmoth optimal control problem for ensamble of trajectories of dynamic system under conditions of indeterminacy. Middle European Scientific Bulletin, vol. 5, October 2020 . pp. 38-42.
6. Демьянов В.Ф., Рубинов А.М. Основы негладкого анализа и квазидифференциальное исчисление. – М.: Наука, 1990.
7. Otakulov S., Haydarov T.T., Sobirova G. D**.** The minimax optimal control problem for dynamic system with parameter and under conditions of indeterminacy. International Conference on Digital Society, Innovations &Integrations of Life in New Centuru, Januar 2021. International Enjineering Journal for Research & Development(IEJRD), ICDSIIL-21 Issue. pp. 279-282. DOI: 10.17605/OSF.10/HCNB3
8. Пшеничний Б.Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи -М.:Наука,1980.

MATEMATIKA FANLARINI O‘QITISHDA INNOVATSION VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARIDAN FOYDALANISH

Sharipova Sadoqat Fazlitdinovna

O‘zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali

“Amaliy matematika” kafedrasi katta o‘qituvchisi

Annotasiya: *Matematika o‘qitish vositalari orasida axborot texnologiyalari azaldan muhim o‘rinni egallab kelmoqda. Multimediali taqdimotlar, test snaryadlari, elektron darsliklar, funksiya grafiklari yoki geometrik jismlarni chizish uchun maxsus dasturlardan foydalanish matematika o‘qitish jarayonining ajralmas qismiga aylandi. Axborot texnologiyalarining doimiy rivojlanishi ushbu maqolada muhokama qilingan o'quv jarayonida ulardan foydalanishning boshqa variantlarini taklif qiladi. Interfaol mashqlar, mobil qurilmalar, interaktiv onlayn doskalar, aqliy xaritalar yaratish xizmatlari, mikrobloglar, to‘ldirilgan reallikka asoslangan ilovalardan foydalanish matematika o‘qitish jarayoniga innovatsion yondashuvlarni amalga oshirish imkonini beradi. Ushbu maqolada ushbu imkoniyatlarni amalga oshirish imkonini beruvchi ilovalar tahlili berilgan, ularni o‘quv jarayonida qo‘llash yo‘nalishlari ko‘rib chiqilib, matematika o‘qitish jarayonida bilim faolligi va qiziqishini oshirish maqsadida ulardan foydalanish bo‘yicha uslubiy ko‘rsatmalar berilgan.*