

miqdorining o‘zgarishiga bir qancha omillar ta’sir qiladi. Ularning ichida eng ko‘p ta’sir qiladigan omil narx omildir[7].

2-misol. Biror mahsulotga talab va mahsulot narxi orasida bog‘lanish $p = 20 - 3x$ formula bilan ifodalansin, bunda x mahsulotga talab, p mahsulotning narxi. Mahsulotni sotishdan olingan savdo puli $2U = xp$ yoki $U = x(20 - 3x) = 20x - 3x^2$ bo‘ladi. Bundan hosila $U' = 20 - 6x$ bo‘ladi. $x = 2$ bo‘lsa, $U'(2) = 8$. Buning ma’nosi, talab 2 dan 3 birlikka ortsa, savdo puli 8 birlikka oshishini bildiradi.

Yuqoridagilardan kelib chiqadiki, hosila juda ko‘p funksiyali bo‘lib, u ma'lumotlarni hisoblash imkonini beradi, matematik tahlilning ajralmas qismi hisoblanadi, iqtisodiyotda hosila tufayli fundamental qonunlar shakllanadi, masalan, talab va taklif qonuni. Hosila iqtisodiyot nazariyasida muhim rol o‘ynaydi va shuning uchun iqtisodiyotning ko‘pgina qoidalari va usullari shu matematik amallarning natijasidir.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

1. Zadorojniy V.G. Variantlarni tahlil qilish usullari // Alovida nashr, 2006 yil.
2. Расулов Т.Х., Расулов Х.Р. Ўзгариши чегараланган функциялар бўлимини ўқитишига доир методик тавсиялар // Scientific progress. (2021) 2:1, 559-567 б.
3. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы «Множества и операции над ними» // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2, с. 21-24.
4. Хайитова Х.Г. Использование эвристического метода при объяснении темы «Непрерывные линейные операторы» по предмету «Функциональный анализ» // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2, С. 25-28.
5. Курбонов Г.Г. Информационные технологии в преподавании аналитической геометрии // Проблемы педагогики № 53:2 (2021), с. 20-23.
6. Шарипова Р.Т., Умарова У.У., Шарипова М.Ш. Использование методов «мозговой штурм» и «case study» при изучении темы «условная вероятность, независимость событий» // Scientific progress. (2021) 2:1, с. 982-988.
7. Тошева Н.А. Использование метода мозгового штурма на уроке комплексного анализа и его преимущества // Проблемы педагогики № 2:2 (2021), с. 42-46.

KOSHI TENGSIZLIGI VA UNING QIZIQARLI MASALALARGA TADBIQLARI

Noriyeva Aziza Jasur qizi

*O‘zMU Jizzax filiali “Amaliy matematika” kafedrasini
o‘qituvchi-stajyori*

Annotatsiya: Maqolada musbat sonlar uchun Koshi tengsizligi va uning isboti hamda Koshi tengsizligi yordamida yechiladigan qiziqarli geometrik masalalar, Koshi tengsizligi yordamida isbotlanadigan ayrim tengsizliklar keltirilgan.

Kalit so‘zlar: Koshi tengsizligi, Yensen tengsizligi, o‘rta arifmetik, o‘rta geometrik miqdorlar.

Matematik analiz va kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi fanlarining asoschilaridan biri, buyuk matematik fransuz olimi Agyusten Lui Koshi tomonidan 1821-yilda isbot etilgan quyidagi tengsizlikni keltiramiz:

$$\text{Ixtiyoriy } a_1 \geq 0, a_2 \geq 0, \dots, a_n \geq 0 \text{ sonlar uchun ushbu} \\ \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \quad (1)$$

Tengsizlik o‘rinli bo‘ladi, bu tengsizlikda tenglik faqat

$$a_1 = a_2 = \dots = a_n$$

bo‘lganda bajariladi, shuning uchun biz, (1) tengsizlikni isbotlashda

$$a_1 > 0, a_2 > 0 \dots a_n > 0 \quad \text{deb hisoblaymiz.}$$

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \quad G_n = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

U holda

$$(n+1)A_{n+1} = a_1 + a_2 + \dots + a_n + a_{n+1} = nA_n + a_{n+1}$$

$$(G_{n+1})^{n+1} = a_1 a_2 \dots a_n a_{n+1} = (G_n)^n a_{n+1} \quad (2)$$

tengliklar o‘rinli bo‘ladi. Quyidagi ayirmani ko‘rib chiqamiz:

$$R = (n+1)(A_{n+1} - G_{n+1}) - n(A_n - G_n).$$

(2) ayniyatlardan ushbu

$$R = a_{n+1} + nG_n - (n+1)\sqrt[n+1]{(G_n)^n a_{n+1}} \quad (3)$$

tenglik kelib chiqadi. Agar $G_n = x^{n+1}$, $a_{n+1} = y^{n+1}$ belgilash kirtsak, (3) tenglikdan quyidagi tengsizlik kelib chiqadi:

$$\begin{aligned} R &= y^{n+1} + nx^{n+1} - (n+1)x^n y = nx^n(x-y) - y(x^n - y^n) = \\ &= nx^n(x-y) - y(x-y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1}) = \\ &= (x-y)[(x^n - yx^{n-1}) + (x^n - y^2x^{n-2}) + \dots + (x^n - y^n)] = \\ &= (x-y)^2[x^{n-1} + x^{n-2}(x+y) + \dots + (x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + y^{n-1})] \geq 0 \end{aligned}$$

Demak, ushbu

$$(n+1)(A_{n+1} - G_{n+1}) \geq n(A_n - G_n)$$

tengsizlik o‘rinli bo‘lar ekan.

$A_2 - G_2 \geq 0$ bo‘lishi kelib chiqadi, ya’ni

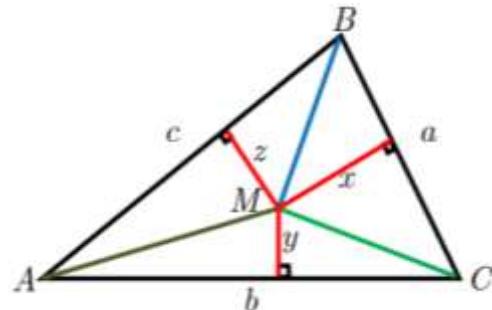
$$\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

tengsizlik o‘rinli. Isbot tugadi.

Masala. ABC uchburchakning ichidagi M nuqta qanday joylashganda ushbu

$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}$ yig’indi eng kichik qiymat qabul qiladi. Bu yerda a, b, c uchburchak tomonlarining uzunliklari va x,y,z lar, mos ravishda, BC,AC,AB tomonlargacha bo‘lgan masofalar.

Yechish.



$$\begin{aligned} S_{AMB} &= \frac{1}{2}cz, \quad S_{AMC} = \frac{1}{2}by, \quad S_{CMB} = \frac{1}{2}ax, \quad S_{ABC} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{x}{h_a} + \frac{y}{h_b} + \frac{z}{h_c} = \frac{S_{AMB} + S_{AMC} + S_{CMB}}{S_{ABC}} = 1 \end{aligned}$$

ekanligidan foydalanamiz. Endi $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = \left(\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}\right)\left(\frac{x}{h_a} + \frac{y}{h_b} + \frac{z}{h_c}\right)$ ko‘paytmaga Koshi tengsizligini qo‘llaymiz, u holda

$$\begin{aligned}
\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} &= \left(\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} \right) \left(\frac{x}{h_a} + \frac{y}{h_b} + \frac{z}{h_c} \right) \geq \left(\sqrt{\frac{a}{h_a}} + \sqrt{\frac{b}{h_b}} + \sqrt{\frac{c}{h_c}} \right)^2 = \\
&= \left(\frac{a}{\sqrt{2S}} + \frac{b}{\sqrt{2S}} + \frac{c}{\sqrt{2S}} \right)^2 = \frac{(a+b+c)^2}{2S} = \frac{(a+b+c)^2}{2 \cdot \frac{1}{2}(a+b+c)r} = \\
&= \frac{a+b+c}{r}
\end{aligned}$$

Koshi tengsizligida tenglik belgisi

$$\frac{\frac{a}{x}}{\frac{h_a}{h_b}} = \frac{\frac{b}{y}}{\frac{h_b}{h_c}} = \frac{\frac{c}{z}}{\frac{h_c}{h_a}} \rightarrow \frac{ah_a}{x^2} = \frac{bh_b}{y^2} = \frac{ch_c}{z^2} \rightarrow x = y = z = r$$

da bajariladi. U holda M nuqta uchburchakning bissektrisalari kesishgan nuqtada bo'lar ekan.

Masala. Agar $a_1 > 0, a_2 > 0, \dots, a_n > 0$ bo'lsa,
 $(a_1^{a_1} \cdot a_2^{a_2} \cdot \dots \cdot a_n^{a_n})^n \geq (a_1 a_2 \dots a_n)^{a_1+a_2+\dots+a_n}$
 tengsizlikni isbotlang.

Yechish. Biz $x > 0$ oraliqda $f(x) = \ln x^x$ funksiyani qaraylik. $f'(x) = \ln x + 1$
 $f''(x) = \frac{1}{x} > 0$ ($x > 0$) $f(x)$ ga Yensen tengsizligini qo'llaymiz, ya'ni

$a_1 > 0, a_2 > 0, \dots, a_n > 0$ va $p_1 \geq 0, p_2 \geq 0, \dots, p_n \geq 0$
 $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ shartlarni qanoatlantiruvchi a_i, p_i ($i = \overline{1, n}$) lar uchun
 $f''(x) \geq 0$ bo'lsa, $f(p_1 a_1 + \dots + p_n a_n) \leq p_1 f(a_1) + \dots + p_n f(a_n)$
 o'rinni, bundan

$$\begin{aligned}
\ln(p_1 a_1 + \dots + p_n a_n)^{(p_1 a_1 + \dots + p_n a_n)} &\leq p_1 \ln a_1^{a_1} + \dots + p_n \ln a_n^{a_n} = \ln a_1^{a_1 p_1} + \\
&+ \dots + \ln a_n^{a_n p_n} = \ln(a_1^{a_1 p_1} \cdot \dots \cdot a_n^{a_n p_n}) \rightarrow \left(\frac{p_1 a_1 + \dots + p_n a_n}{p_1 a_1 + \dots + p_n a_n} \right)^{(p_1 a_1 + \dots + p_n a_n)} \leq \\
&\leq a_1^{a_1 p_1} \cdot \dots \cdot a_n^{a_n p_n}
\end{aligned}$$

Endi $p_1 = p_2 = \dots = p_n = \frac{1}{n}$ deb olsak,

$$(a_1^{a_1} a_2^{a_2} \dots a_n^{a_n})^{\frac{1}{n}} \geq \left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \right)^{\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}}$$

Koshi tengsizligiga ko'ra,

$$\begin{aligned}
(a_1^{a_1} a_2^{a_2} \dots a_n^{a_n})^{\frac{1}{n}} &\geq \left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \right)^{\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}} \geq \\
&\geq \left((a_1^{a_1} a_2^{a_2} \dots a_n^{a_n})^{\frac{1}{n}} \right)^{\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}} \rightarrow (a_1^{a_1} a_2^{a_2} \dots a_n^{a_n})^n \geq \\
&\geq (a_1 a_2 \dots a_n)^{a_1 + a_2 + \dots + a_n}.
\end{aligned}$$

Tengsizlik isbotlandi.

Masala. Agar $x_i \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, ($i = 1, 2, \dots, n$) sonlari $\sum_{i=1}^n \operatorname{tg} x_i \leq n$ shartni qanoatlantirsa, $\sin x_1 \cdot \sin x_2 \cdot \dots \cdot \sin x_n \leq 2^{-\frac{n}{2}}$ tengsizlikni isbotlang.

Yechish. O‘rta arifmetik va o‘rta geometrik miqdorlar haqidagi Koshi tengsizligi va $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ uchun $\sin x (\sin 2x - 1) \leq a$ yoki $\sin x \leq \sqrt{\frac{\operatorname{tg} x}{2}}$ tengsizliklarni o‘rinli ekanligini e’tiborga olib,

$$\begin{aligned}\sin x_1 \cdot \sin x_2 \cdot \dots \cdot \sin x_n &\leq \left(\frac{\sin x_1 + \sin x_2 + \dots + \sin x_n}{n} \right)^n \leq \\ &\leq \left(\frac{\sqrt{\operatorname{tg} x_1} + \sqrt{\operatorname{tg} x_2} + \dots + \sqrt{\operatorname{tg} x_n}}{n} \right)^n \cdot 2^{-\frac{n}{2}} \leq \\ &\leq \left(\sqrt{\frac{\operatorname{tg} x_1 + \operatorname{tg} x_2 + \dots + \operatorname{tg} x_n}{n}} \right)^n \cdot 2^{-\frac{n}{2}} \leq 2^{-\frac{n}{2}}\end{aligned}$$

munosabatni hosil qilamiz.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

1. A.J.Noriyeva. Matematika darslarida o‘quvchilarning kreativ qobiliyatlarini rivojlantirishda nostandard misol va masalalardan foydalanish. “O‘zbekistonda ilmiy-amaliy tadqiqotlar” 2020 y.

2. A.J.Noriyeva. Matematika darslarida o‘quvchilarning kreativ qibiliyatlarini rivojlantirishda nostandard misol va masalalarning ahamiyati. “Ilm-fan va ta’limda innovatsion yondashuvlar, muammolar, taklif va yechimlar” 2020 y.

TENG QADAMLAR UCHUN NYUTONNING 1-INTERPOLYATSION FORMULASI UCHUN ALGORITM VA DASTURIY TA’MINOT YARATISH

*Xandamov Yigitali Xolmirza o‘g‘li
O‘zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali
“Amaliy matematika” kafedrasi o‘qituvchisi
Nuraliyev To‘qin Alimardonovich
O‘zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali
“Amaliy matematika” kafedrasi o‘qituvchisi*

Annotatsiya: Ko‘p hollarda funksiyaning analitik ko‘rinishi berilmasdan tajribadan olingan qiymatlari berilgan bo‘ladi. Bu hollarda uning o‘zgarish qonuniyatlarini chiqarish uchun uning yaqin bo‘magandagi yani bir nechta nuqtalardagi qiymatini topishga to‘g’ri keladi, ana shunda interpolyatsiyalash yordamga keladi.

Kalit so‘zlar: interpolyatsiya, matematik modellashtirish, sonli usullar, Nyuton interpolyatsion formulalari, ko‘phad, tugun nuqta.

Masalaning dolzarbligini rejallashtirishda, ob-havoni oldindan aytishga, yer-boyliklarini aniqlashda funksiyaning bir nechta nuqtalardagi qiymatlaridan foydalanishga to‘g’ri keladi. Ana shu tomonlarga asoslanib matematik modellashtirish va kompyuterli modellashtirishdan foydalanib masalaning matematik qonuniyatini kompyuterda chiqarish dolzarb masala bo‘lib turibdi. Mazkur maqola ana shu dolzarb masalalarni yechishda interpolyatsion formulalardan foydalanish texnologiyasiga bag’ishlangan[1].

Aksariyat hisoblash metodlari masalaning qo‘yilishida ishtiroy etadigan funksiyalarni unga biror, muayyan ma’noda yaqin va tuzilishi soddaroq bo‘lgan funksiyalarga almashtirishga asoslangan.