

ЗАДАЧА НАБЛЮДАЕМОСТИ В ПРОЦЕССЕ ДИФФУЗИИ

Рустамов Махаммади Жабборович

Доцент Джиззакский филиал Национальный университет
имени Мирзо Улугбека к.ф.м.н.

Иргашева Умида Абдимитал кизи

Магистрант Джиззакский филиал Национальный
университет имени Мирзо Улугбека

Аннотация: В статье рассматривается задача восстановления концентрации процесса диффузии при помощи наблюдении концентрации в определенной точке. Применением принципа дуализма задач управления и наблюдения вопрос сводится к решению задач об условном экстремуме.

Ключевые слова: восстановления, диффузия, концентрация, дуализм, управления, наблюдения, экстремум, измерения, уравнения, точка, сопряженный оператор.

Задача автоматического управления технологическими процессами предполагает широкое использование ЭВМ с целью обработки текущей измерительной информации о состоянии конкретного процесса и выработки оптимальных оперативных управляющих воздействий по этой информации. По этому важной составной частью задачи управления является идентификации. В статье на примере линейной модели управления нагревом массивного тела [1] рассматривается задача восстановления распределения температуры тела на основе измерения в отдельных точках поверхности тела. Применением принципа дуальности задач управления и наблюдения проводится к решению задач об условном экстремуме.

1. Задача об определении распределения температуры в нагреваемом “стержне” по наблюдению изменения температуры в отдельной его точке.

Рассмотрим нагрев бесконечной однородной пластины конечной толщины $S=1$ в предположении, что начальная температура пластины и процесс нагрева проходят идентично по толщине. Тогда достаточно анализировать ход процесса в некотором “стержне”, расположенном в пластине ортогонально его боковой поверхности [1]. Пусть распределение температуры по толщине пластины ($0 \leq x \leq 1$) и во времени t ($0 \leq t \leq \bar{t}$) описывается функцией $T(x, t)$, определяемой в прямоугольнике $\Pi = ((0; 1) \times (0; \bar{t}))$, где $\bar{t} > 0$ - фиксированное число. Внутри отрезка $[0; 1]$ и при $t > 0$ распределение температуры $T(x, t)$ подчиняется уравнению теплопроводности.

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2}, \quad (x; t) \in \Pi \quad (1)$$

Здесь a - коэффициент температура проводности.

На концах “стержня” приняты следующие условия теплопередачи:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial T(1, t)}{\partial x} &= \alpha [U(t) - T(1, t)], \quad t \in [0; \bar{t}] \\ \mu \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} &= 0, \quad t \in [0; \bar{t}] \end{aligned} \quad (2)$$

где μ — коэффициент теплопроводности, α — коэффициент теплообмена между греющей средой, соответственно с одной стороны, плитой. Левый конец пластины $x=0$ — теплоизолирован. Температуру греющей среды $U(t)$ назовем управляющим воздействием

или просто управлением. Для того, чтобы решение уравнения (1), (2) было однозначно определено, достаточно еще задать конечное или начальное распределение температуры $T(x;0)$ или $T(x;\bar{t})$. Однако, непосредственно приборами такое распределение температуры точно определить можно далеко навсегда. В процессе нагрева имеется возможность измерять изменения температуры в некоторых точках нагреваемого тела $x = \bar{x}$. Задача определения распределения температуры “стержня” на данный момент $\bar{t}$ по известному изменению температуры $T(\bar{x}, \bar{t})$ в точке $x = \bar{x}$. и законом теплопередачи (1)-(2) составляет предмет задачи идентификации (определения) процесса нагрева, рассматриваемой ниже.

Функцию $y(t)$, связанную с распределением температуры $T(x, \bar{t})$ соотношением $y(t) = T(\bar{x}, t)$, $t \in [0, \bar{t}]$ (3)

назовем измеряемой величиной процесса нагрева.

Задача 1. По функции $y(t)$, константам α, μ и соотношениям (1)-(3) определить $T(x; \bar{t})$, $x \in [0,1]$.

Пусть $q(x) \in C^1(0,1)$ - некоторая заданная функция.

Задача 2. В условиях задачи 1 найти величину (проекцию)

$$Z_q = \int_0^1 q(x) T(\bar{x}, t) dx \quad (4)$$

Понятно, что решение задачи 2 при различных функциях $q=q_i(x)$, $i=1,2, \dots$ составляющих базис пространства $L_2(0,1)$, позволит найти функцию $T(x; \bar{t})$ по проекциям (4) как элемент $L_2(0,1)$.

Поэтому далее будем рассматривать только задачу 2.

2. Условия идентифицируемости проекции

Будем искать величину (4) в виде [4]

$$Z_q = \int_0^{\bar{t}} [k(t)y(t) + \varphi(t)U(t)] dt, \quad (5)$$

Где $K(t)$ и $\varphi(t)$ искомая функция из $L_2(0, \bar{t})$. Следуя известной технике теории наблюдаемости в линейных задачах [2,3], выберем линейный функционал (K, φ) , так, чтобы при связи (1) - (3) выполнялось тождество

$$\int_0^1 q(x) T(x; \bar{t}) dx = \int_0^{\bar{t}} [K(t)y(t) + \varphi(t)U(t)] dt \quad (6)$$

На решениях уравнения (1) образуем тождество

$$0 \equiv \int_0^1 \int_0^{\bar{t}} \psi(x, t) \left[\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} - a \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \right] dx dt \quad (7)$$

Здесь $\psi(x, t)$ произвольная функция, $\psi(x, t) \in C_{t,x}^{1,2}(\Pi)$,

$$\Pi = \{(0, \bar{x}) \cdot (0, \bar{t})\} \cup \{(\bar{x}, 1) \cdot (0, \bar{t})\}.$$

Добавим гипотетическое тождество (6) к соотношению (7) и, пользуясь интегрированием по частям с учетом (2), (3) [5,6]

Теперь в полученное выражения приравняем коэффициенты при $T(x, t)$ в левой и правой части. Это дает соотношение для $\psi(x, t)$: [7,8]

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + a \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0, \quad (x, t) \in (0,1) \times (0, \bar{t}) \quad (9)$$

$$\psi(x, 0) = 0, \quad x \in [0,1] \quad (10)$$

$$\frac{\partial \psi(0, t)}{\partial x} = 0, \quad t \in [0, \bar{t}] \quad (11)$$

$$\frac{\partial \psi(\bar{x}+0,t)}{\partial x} - \frac{\partial \psi(\bar{x}-0,t)}{\partial x} = \frac{1}{a} K(t), \quad t \in [0, \bar{t}] \quad (12)$$

$$\frac{a\alpha}{\mu} \psi(1,t) + a \frac{\partial \psi(1,t)}{\partial x} = 0, \quad t \in [0, \bar{t}] \quad (13)$$

$$\psi(x, \bar{t}) = q(x), \quad x \in [0, 1] \quad (14)$$

$$\psi(\bar{x} + 0, t) = \psi(\bar{x} - 0, t) \quad (14')$$

Итак, для функции $\psi(x, t)$ получена краевая задача (9)-(14'). Пусть она имеет решение при некоторой функции $\tilde{K}(t)$. Тогда в тождестве (8) остается

$$0 \equiv \int_0^{\bar{t}} U(t) \left[\varphi(t) - \frac{a\alpha}{\mu} \psi(1, t) \right] dt = 0$$

Отсюда заключаем: для того, чтобы выполнялось соотношение (6) при связях (1)-(3) и любом управлении $U(t)$ достаточно

$$\varphi(t) = \frac{a\alpha}{\mu} \psi(1, t) \quad (15)$$

Итак, установлена

Теорема: Для того, чтобы имело место тождество (6) при связях (1)-(3) достаточно, чтобы существовало решение краевой задачи (9)-(14').

При этом функции $K(t)$ и $\varphi(t)$ в (6) определяются решением этой задачи по связям (12)-(15).

ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Бутковский А.Г. теория оптимального управления системами с распределёнными параметрами. М., 1965г.
2. Красовский Н.Н. Теория управления движением. 1968.
3. Иванов А.П., Кирин Н.Е., методом наблюдения линейных возмущаемых систем. Дифференциальные уравнения. 1974. Т. 10. №5.
4. Исраилов И., Кирин М.Е., Рустамов М.Д. Задачи процесса нагрева. Вопросы вычислительной и прикладной математики Ташкент. 1988, вып 84, - 166с.
5. Задача наблюдаемости процесса диффузии. Молодой ученый. Ежегодный научный журнал М., №19(78) 2-ноябр.2014
6. М.Рустамов. Нуқтада иссиқлик ўзгаришини ўлчаш натижасида берилган нуқтадаги иссиқлик ўзгаришини аниқлаш усули. Самду конференция 2019-йил декабр.
7. М.Рустамов. Распределения температуры в однородной пластинке. IX-Международная научно-практическая интернет-конференция. Актуальные научные исследования современном мире. 26-27 января 2016 г. выпуск-9 часть 6 Переяслав – Хмельницкий.
8. М.Рустамов. Задача восстановления изменение температуры по косвенным наблюдениям. Международный Центр науч. сотруд-Наука и просвещение' г. Пенза 2019 г. 15-декабр.

OTA-ONA LIDERLIGINING FARZAND TARBIYASIDAGI AXAMIYATI

Abduaxatova Mehribonu To'liqinjon qizi
O'zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali
«Psixologiya» fakulteti magistranti
Bosimov Bobur Ismatilla o'g'li
O'zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali
«Psixologiya» kafedrasida magistranti